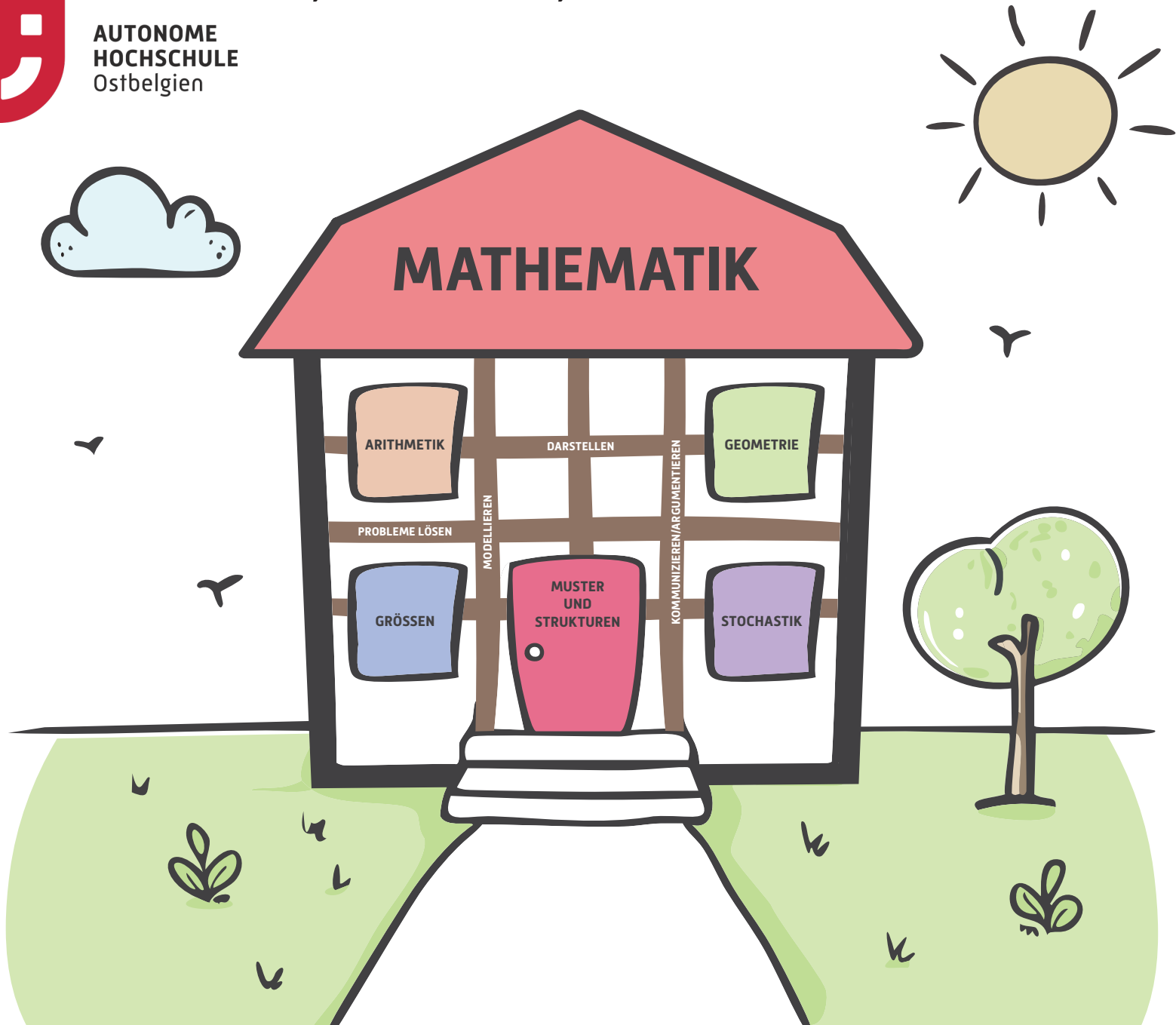




Hoeven M.C., Schnackers C., Tillmanns C.

AUTONOME
HOCHSCHULE
Ostbelgien





Seit 2019 entwickeln wir im Projekt „Mathehaus“ eine didaktische Grundlage für den Mathematikunterricht im Kindergarten und in der Primarschule.

Im Zentrum steht ein verstehensorientierter Zugang, der den Blick auf elementare mathematische Begriffe und Konzepte richtet, ihre Zusammenhänge sichtbar macht und Wege aufzeigt, wie Kinder ein tragfähiges mathematisches Verständnis aufbauen können.

Ziel ist es, Mathematikunterricht bewusst, kohärent und nachhaltig lernwirksam zu gestalten.

Das Mathehaus bietet hierfür eine strukturierte Übersicht zentraler mathematikdidaktischer Konzepte vom Kindergarten bis zur Grundschule.

Es dient Lehrpersonen als Orientierung für die Planung und Weiterentwicklung ihres Unterrichts und unterstützt sie dabei, Lernprozesse gezielt zu beobachten sowie Förderbedarfe differenziert zu erkennen.

Das Mathehaus wurde von der Fachgruppe Mathematik an der Autonomen Hochschule Ostbelgien entwickelt.

Unser besonderer Dank gilt den Partnerschulen, die die Entstehung dieser Arbeit engagiert begleitet und unterstützt haben. Sowie den fachlichen Mitleserinnen und Mitlesern für ihre sorgfältige Lektüre, ihre wertvollen Rückmeldungen.

Ebenso danken wir der Fachbereichsleiterin, Frau Cathérine Mattar, für ihr Vertrauen in die Vision des Projekts.

Unsere Wertschätzung gilt zudem unserer Direktorin, Frau Cornelia Keutgen, die uns sowohl finanziell als auch beratend zur Seite stand. Ihre Unterstützung und ihre Überzeugung vom Wert dieser Arbeit haben maßgeblich zur Weiterentwicklung des Projekts beigetragen.



Das Mathehaus ist ein Fachwerkhaus und gleichzeitig ein interaktives Dokument zur Mathematik im Kindergarten und in der Grundschule.

Die Stützen des Fachwerks stehen für die Prozesse des Mathematikunterrichts:

Sie zeigen, dass Mathematik erforscht, entdeckt und aktiv betrieben wird.

Mathematik wird dabei als dynamischer Prozess verstanden und nicht als fertiges Regelwerk.

Das Haus hat vier Fenster, die die mathematischen Bereiche darstellen.

Klickt man auf ein Fenster, öffnet es sich und zeigt die Kernideen dieses Bereichs – zentrale mathematische Konzepte, die sich spiralförmig vom Kindergarten bis in die Grundschule ziehen.

Die Progression innerhalb eines Bereichs wird durch farbige Tabs sichtbar, die die verschiedenen Stufen der Grundschule markieren.

Ein Klick auf einen Tab öffnet die Indikatoren, also konkrete Lernziele. Diese sind nummeriert, sodass die Entwicklung eines Konzepts über die Schulstufen hinweg nachvollziehbar wird.

Indikatoren mit derselben Nummer tauchen in mehreren Stufen auf, wodurch die Vertiefung des mathematischen Verständnisses angestrebt wird.

Bereits erarbeitete Indikatoren werden nicht wiederholt, sondern weitergeführt.



Zu einzelnen Indikatoren gibt es Beispiele, die den jeweiligen Lerninhalt anschaulich machen und dessen Bedeutung verdeutlichen. Diese sind durch Pfeile gekennzeichnet, die zum Beispiel hin- und wieder zurückführen.

Die Beispiele sind mit einem starken Erfahrungsbezug gestaltet und zugleich so komplex, dass die Aufgaben für Kinder bedeutsam sind. Sie zeigen mögliche Lerngelegenheiten auf und machen sichtbar, wie mathematische Ideen im Unterricht aufgegriffen werden können. Dabei soll das Mathehaus nicht als reine Aufgabensammlung missverstanden werden. Vielmehr liegt sein Ziel im progressiven Aufbau der didaktischen Ideen, sowohl innerhalb einer Stufe als auch über die gesamte Grundschulzeit hinweg.

Die Tür des Mathehauses steht symbolisch für die Muster und Strukturen der Mathematik. Sie eröffnet den Zugang zu einem Bereich, der sowohl eigenständig im Kindergarten als auch integriert in allen anderen Bereichen der Mathematik sichtbar ist. Die Tür verweist darauf, dass grundlegende Strukturen die verschiedenen mathematischen Inhalte miteinander verbinden und durchziehen.

So bietet das Mathehaus eine klare, strukturierte Übersicht über Inhalte, Zusammenhänge und Lernwege in der Mathematik für Kindergarten und Grundschule. Im Mittelpunkt steht das Anregen von Denkprozessen sowie das Erforschen und Durchdringen der hinter den Mustern liegenden Strukturen (mathematischen Konzepten).



Die Farben stehen für den jeweiligen mathematischen Bereich, während die Farbabstufungen die verschiedenen Lernstufen repräsentieren.

Die Grundbegriffe werden in Teilbegriffe aufgeteilt und mit Buchstaben bezeichnet.

Arithmetik

$\frac{3}{4}$ 400723 + - : •



		Zahlenverständnis			Operationsverständnis	
		Grundvorstellungen	Zahlenbeziehungen	Stellenwertverständnis	Grundvorstellungen	Strategien
Oberstufe (Lernstufe 3)	OS	A.3	B.3	C.3	D.3	E.3
Mittelstufe (Lernstufe 2)	MS	A.2	B.2	C.2	D.2	E.2
Unterstufe (Lernstufe 1)	US	A.1	B.1	C.1	D.1	E.1
Kindergarten	KG	A.0	B.0			



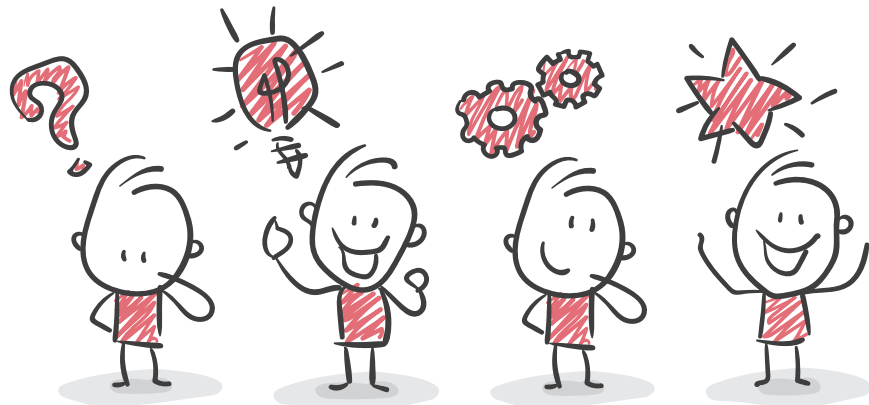
Ein Problem stellt immer eine individuelle Lernhürde eines Kindes zu einem bestimmten Zeitpunkt dar, denn das Kind kann dieses Problem nicht sofort lösen.

Ein Problem muss zunächst erfasst und verstanden werden, d.h. die Kinder müssen das Problem beschreiben, sich mögliche Fragen stellen und/oder Darstellungen nutzen können.

Das Kind setzt seine mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten ein; es entwickelt Lösungsstrategien, um das Problem zu lösen.

Überprüft das Kind seine Ergebnisse und reflektiert das Kind seine Vorgehensweise, kann es sie auf ähnliche und neue Situationen übertragen.

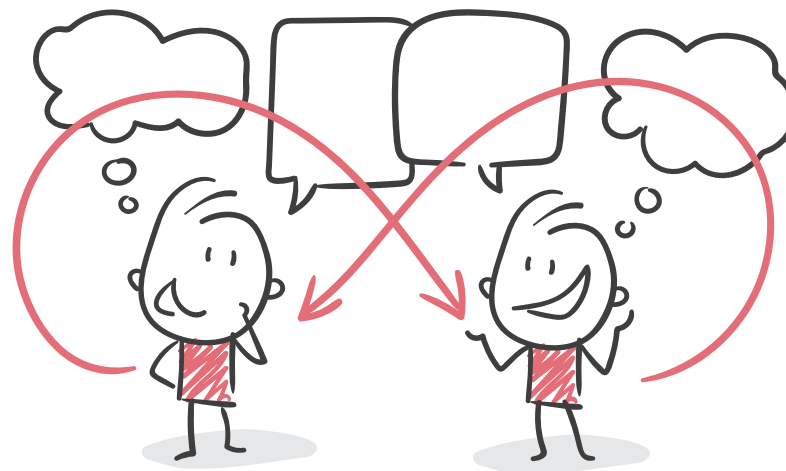
Das Problemlösen ist eng mit den anderen Kernkompetenzen verknüpft.





Kommunizieren bedeutet, dass Kinder ihre Gedanken zu mathematischen Aufgaben mitteilen, ihre Lösungswege beschreiben und sich mit anderen darüber austauschen. Dabei nutzen sie die mathematische Fachsprache, um ihre Ideen präzise auszudrücken. Für eine gelingende Kommunikation müssen zudem Verabredungen getroffen werden, z.B. welche Zeichen verwendet werden, wie Lösungen dargestellt werden. Durch diesen Austausch wird ihr Denken sichtbar – sowohl für sie selbst als auch für andere. Das Kommunizieren mathematischer Ideen hilft, individuelle Denkprozesse zu verstehen und zu reflektieren. So können Kinder ihre eigenen Vorstellungen klären und von den Perspektiven ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler lernen.

Kommunizieren und Argumentieren sind im Unterrichtsgeschehen eng miteinander verbunden.





Argumentieren bedeutet, dass Kinder mathematische Lösungen oder Vorgehensweisen sprachlich ausdrücken und begründen können. Sie machen deutlich, warum eine Aussage oder Lösung plausibel ist, und beziehen sich dabei auf Muster, Regeln oder Beispiele.

Dabei gehört auch dazu, eigene Vermutungen zu entwickeln und zu äußern. Solche Hypothesen eröffnen Gesprächsanlässe, regen zur Überprüfung an und fördern die Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Sichtweisen.

Begründen heißt, mathematische Zusammenhänge nachvollziehbar zu erklären, wodurch das Verständnis für Strukturen und Beziehungen vertieft wird. So unterstützt Argumentieren das mathematische Denken und ermöglicht das Weiterentwickeln von Vermutungen und fördert ein tieferes Durchdringen fachlicher Inhalte.

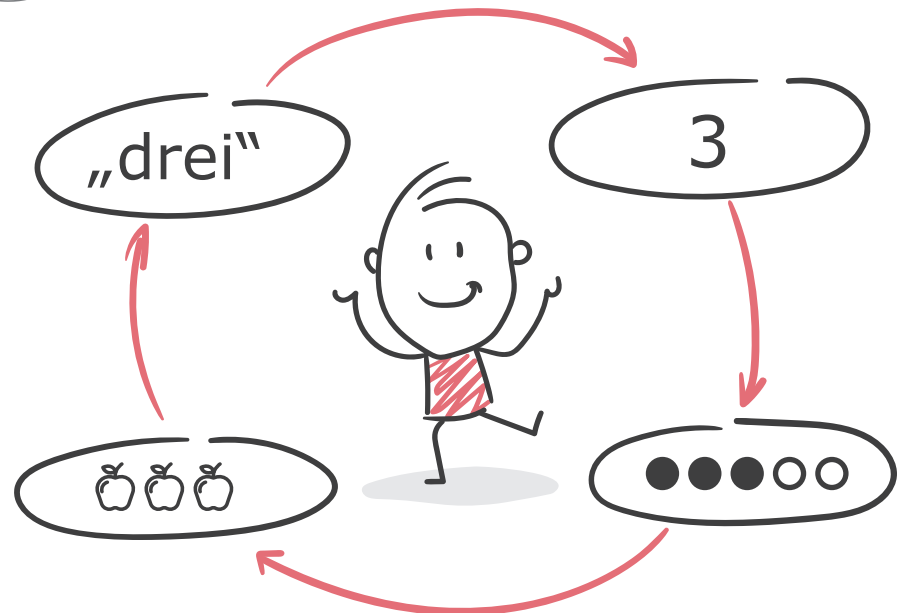


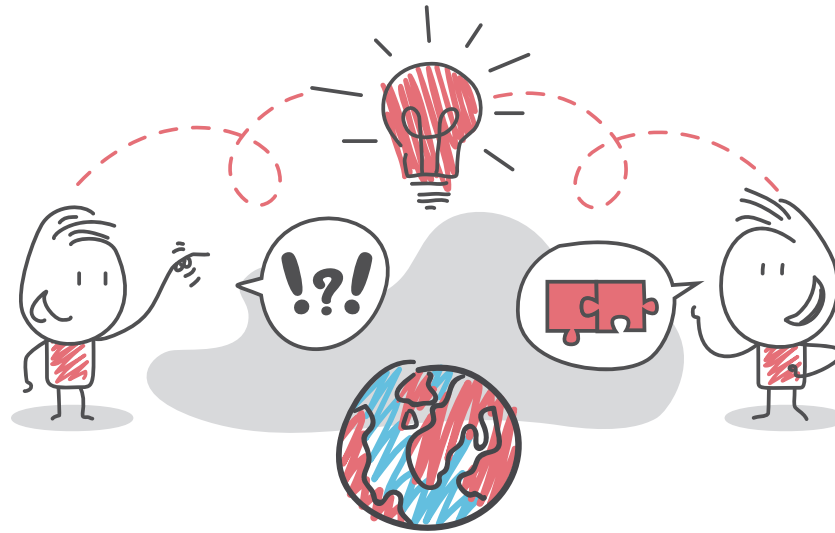


Darstellen ist das Veranschaulichen und Repräsentieren mathematischer Konzepte. Ein Konzept entspricht einer Idee, Vorstellung oder Konstruktion, die mit einer oder mehreren Begriffen beschrieben wird. Ein Konzept umfasst nicht nur die Definition sondern auch die Zusammenhänge, Eigenschaften und Anwendungen.

Nach Krauthausen und Scherer (2007) wird mit dem Begriff des Darstellens jegliche Art der „Veräußerung des Denkens“ verbunden. Das bedeutet, dass beim Darstellen innere Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten auf verschiedenen Repräsentationsebenen (Handlungsabläufe, Bilder, Sprache, Symbole) wiedergegeben werden.

Die Vernetzung der unterschiedlichen Darstellungsformen trägt wesentlich dazu bei, dass die Kinder eine Vorstellung mathematischer (abstrakter) Begrifflichkeiten aufbauen.





Bildquelle: Adobe Stock

Mathematisches Modellieren bedeutet, Mathematik in Beziehung zur Wirklichkeit zu setzen. Da reale Zusammenhänge oft unübersichtlich und nicht direkt berechenbar sind, wird die Situation vereinfacht und in eine Form gebracht, die mit mathematischen Mitteln bearbeitet werden kann.

So entsteht ein sogenanntes „Situationsmodell“, das sich berechnen, untersuchen und auswerten lässt.

Dieser Prozess macht deutlich, wie Mathematik genutzt werden kann, um Strukturen zu erkennen, Fragen zu beantworten und Einsichten zu gewinnen.

Zugleich zeigt sich, dass Ergebnisse immer auf Annahmen beruhen und daher überprüft und gegebenenfalls angepasst werden müssen.



Mathematik wird häufig als „Wissenschaft von Mustern und Strukturen“ bezeichnet. (Devlin, 1994)

Muster und Strukturen sind keine gleichwertigen Begriffe.

„Muster sind Regelmäßigkeiten in sichtbaren Phänomenen.“ (Steinweg, 2024)

„Muster können in realen oder erdachten Gegebenheiten entdeckt werden.“ (Leuders, 2016)

„Strukturen sind die mathematischen Eigenschaften und Relationen.“ (Steinweg, 2024)

Strukturen sind der Grund für auftretende Muster. Strukturen verstehen, heißt Muster zu begründen.

Unser Denken strebt danach, Zusammenhänge zwischen Ereignissen und Phänomenen zu erkennen. Strukturierung hilft uns, diese Gedanken zu ordnen. Diese Fähigkeit ist grundsätzlich allgemeiner Natur, tritt jedoch besonders im mathematischen Denken hervor, das in seiner Suche nach Mustern und Strukturen in den vier Bereichen – Arithmetik, Geometrie, Größen und Stochastik – sichtbar wird. Die Orientierung an solchen Mustern begleitet Lernende vom Kindergarten über Primar- und Sekundarstufe hinaus und prägt das mathematische Denken ein Leben lang.

Mathematik folgt somit der Logik einer Wissenschaft, die Antworten auf komplexe Fragen sucht und den mathematischen Sachverhalt untersucht.





Im Kindergarten stellt der Bereich *Muster und Strukturen* einen eigenständigen Lernbereich dar, der beispielsweise durch gezielte Aktivitäten wie das Arbeiten mit Perlenmustern gefördert wird. Dabei wird bereits im frühen Kindesalter die Fähigkeit zur Erkennung, Beschreibung und Fortsetzung von Mustern entwickelt und somit die Grundlage für ein vertieftes Verständnis von Strukturen gelegt.

In der Primarstufe wird die Idee von *Muster und Strukturen* integriert behandelt und ist in allen mathematischen Fachbereichen – Arithmetik, Geometrie, Größen und Stochastik – sowie in den jeweiligen Indikatoren verankert.

Regelmäßigkeiten, Wiederholungen und Gesetzmäßigkeiten finden sich in sämtlichen mathematischen Zusammenhängen wieder und bilden die Basis für ein nachhaltiges mathematisches Verständnis.

Aus diesem Grund werden nur die Indikatoren in diesem Bereich für den Kindergarten aufgeführt.



Muster erkennen, Strukturen verstehen – Kindergarten

A.0	Du kannst Muster erkennen, beschreiben, fortsetzen und erfinden.
	Natürliche Zahl als Kardinalzahl (Klassifikation)
A.0.1	Du identifizierst gemeinsame Eigenschaften (qualitativ, quantitativ) von Objekten, führst die Objekte zu einer Menge zusammen (sortieren, klassifizieren) und benennst diese.
A.0.2	Du beschreibst wiederholende Musterfolgen oder Zahlenfolgen, setzt sie fort und erfindest neue (taktile, optisch, akustisch).
A.0.3	Du beschreibst wachsende Musterfolgen (Reihenfolge) oder Zahlenfolgen, setzt sie fort und erfindest neue.
A.0.4	Du beschreibst Zahlenbilder mit Hilfe strukturierter Mengendarstellungen.
A.0.5	Du beschreibst Gesetzmäßigkeiten / Regeln.



	Zahlenverständnis			Operationsverständnis	
	Grundvorstellungen	Zahlenbeziehungen	Stellenwertverständnis	Grundvorstellungen	Strategien
OS	<u>A.3</u>	<u>B.3</u>	<u>C.3</u>	<u>D.3</u>	<u>E.3</u>
MS	<u>A.2</u>	<u>B.2</u>	<u>C.2</u>	<u>D.2</u>	<u>E.2</u>
US	<u>A.1</u>	<u>B.1</u>	<u>C.1</u>	<u>D.1</u>	<u>E.1</u>
KG	<u>A.0</u>	<u>B.0</u>			



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Kindergarten

A.0	Du baust Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 20 auf.
	Natürliche Zahl als Kardinalzahl (Klassifikation)
A.0.1	Du vergleichst kleine Mengen (mindestens bis 6) qualitativ und quantitativ, indem du Aussagen wie „mehr als / weniger als / genau so viel wie“ nutzt. • simultan • quasi-simultan • Eins-zu-eins-Zuordnung • Zählen »»»
A.0.2	Du erfasst gleichmächtige Mengen (mindestens bis 6), ohne dich dabei durch das Aussehen der Objekte oder durch deren räumliche Anordnung irreführen zu lassen (Invarianz). »»»
A.0.3	Du erfasst Mengen auf einen Blick (bis zu 4 simultan) oder strukturierst sie so (quasi-simultan), dass du die Gesamtanzahl (mindestens bis 12) schnell und übersichtlich bestimmen kannst. »»»
A.0.4	Du ordnest Zahlen Mengen (mindestens bis 6) zu und umgekehrt.
A.0.5	Du liest und schreibst Zahlen (mindestens bis 10).
A.0.6	Du stellst Zahlen durch Zahlenbilder strukturiert dar (2er-, 5er-, 10er-Bündelung) und nutzt Darstellungen. • Strichlisten mit Fünferbündelung • Würfelbilder • Fingerbilder • Zehnerfeld
A.0.7	Du zerlegst systematisch die Zahlen bis 6 additiv und fügst sie wieder als Gesamtzahl zusammen. »»»



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Kindergarten

	Natürliche Zahl als Ordinalzahl (Seriation)
A.0.9	Du zählst vorwärts und rückwärts, du nutzt die Zahlenwortreihe. • Einerschritte • Zweierschritte
A.0.10	Du zählst Mengen auf und ab in Einer- und Zweierschritten.
A.0.11	Du gibst die Position einer Zahl innerhalb einer Reihenfolge (mindestens bis 6) an. • Einernachfolger/-vorgänger
A.0.12	Du positionierst natürliche Zahlen anhand eines Zahlenbandes (mindestens bis 6).



Zahlenverständnis – Zahlenbeziehungen – Kindergarten

B.0	Du setzt natürliche Zahlen im Zahlenraum bis 6 in Beziehung zueinander.
B.0.1	Du vergleichst Zahlen, indem du Aussagen wie „ist um ... größer/kleiner als ...“ nutzt.



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Unterstufe

A.1	Du baust Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 100 auf.
	Natürliche Zahl als Kardinalzahl (Klassifikation)
A.1.1	Du vergleichst Mengen, indem du Aussagen wie „mehr als / weniger als / genau so viel wie“ oder das Zahlenwort nutzt. >>>>
A.1.2	Du erfasst gleichmächtige Mengen, ohne dich dabei durch das Aussehen der Objekte oder durch deren räumliche Anordnung irreführen zu lassen (Invarianz).
A.1.3	Du erfasst Mengen auf einen Blick (bis zu 4 simultan) oder strukturierst sie so (quasi-simultan), dass du die Gesamtanzahl schnell und übersichtlich bestimmen kannst. >>>>
A.1.4	Du ordnest Zahlen Mengen zu und umgekehrt. >>>>
A.1.5	Du liest und schreibst Zahlen.
A.1.6	Du stellst Zahlen durch Zahlenbilder strukturiert dar (2er-, 5er-, 10er-Bündelung) und nutzt Darstellungen. • Strichlisten mit Fünferbündelung • Zehnerfeld • Zwanzigerfeld • Hunderterfeld • Stellenwertmaterial
A.1.7	Du zerlegst systematisch die Zahlen bis 10 additiv und fügst sie wieder als Gesamtzahl zusammen. >>>>
A.1.8	Du zerlegst systematisch Zahlen mit vielen Teilern multiplikativ. >>>>



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Unterstufe

	Natürliche Zahl als Ordinalzahl (Seriation)
A.1.9	Du zählst vorwärts und rückwärts, du nutzt die Zahlenwortreihe. • Einerschritte • Zweierschritte • Fünferschritte • andere angemessene Schritte
A.1.10	Du zählst Mengen auf und ab in Einer-, Zweier- und Fünfer- und anderen angemessenen Schritten.
A.1.11	Du gibst die Position einer Zahl innerhalb einer Reihenfolge an. • Einernachfolger/-vorgänger • Zehnernachfolger/-vorgänger 
A.1.12	Du positionierst natürliche Zahlen anhand verschiedener Darstellungsmittel. • Zehnerfeld • Zwanzigerfeld • Zahlenstrahl • Zahlenstrich • Hunderterfeld • Hundertertafel



Zahlenverständnis – Zahlenbeziehungen – Unterstufe

B.1	Du setzt natürliche Zahlen im Zahlenraum bis 100 in Beziehung zueinander.
B.1.1	Du vergleichst Zahlen, indem du Aussagen wie „ist um ... größer/kleiner als ...“ nutzt.
B.1.2	Du benutzt Zählstrategien wie Verdoppeln und Halbieren, um eine Anzahl schnell zu bestimmen. >>>
B.1.3	Du unterscheidest mit Hilfe von Material strukturell die Zahlen nach ihrer Teilbarkeit durch 2 und führst so die Begriffe gerade und ungerade ein.
B.1.4	Du erforschst Muster in vorgegebenen Zahlenfolgen und entwickelst eigene Zahlenfolgen mit einem Muster und erklärst die zugrunde liegende Struktur.



Zahlenverständnis – Stellenwertverständnis – Unterstufe

C.1	Du baust ein Stellenwertverständnis von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 100 auf.
C.1.1	Du liest und schreibst zweistellige Zahlen korrekt (inverse Sprechweise).
C.1.2	Du nutzt die Zehnerbündelung als Strukturierungsprinzip und ordnest den Bündeln eine Stelle zu und umgekehrt. 
C.1.3	Du erklärst den Aufbau zweistelliger Zahlen mit Hilfe des Bündelungs- und Stellenwertprinzips (konkret, ikonisch und symbolisch).



Operationsverständnis – Grundvorstellungen – Unterstufe

D.1	Du baust Grundvorstellungen zu Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) mit natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 100 auf.
D.1.1	Du löst aus Rechengeschichten die Addition und Subtraktion heraus. Du stellst sie mit konkretem Material dar und erklärst sie mündlich.
D.1.2	Du beschreibst die Addition und Subtraktion sowohl als statischen Zustand (Vereinigen/Zusammenfassen/Vergleichen) als auch als dynamischen Vorgang (Hinzufügen/Wegnehmen/Ergänzen).
D.1.3	Du löst aus Rechengeschichten die Multiplikation heraus. Du stellst sie mit konkretem Material dar und erklärst sie mündlich.
D.1.4	Du beschreibst die Multiplikation sowohl als statischen Zustand (räumliche Anordnung) als auch als dynamischen Vorgang (mehrmalige Wiederholung derselben Handlung).
D.1.5	Du löst aus Rechengeschichten die Division heraus. Du stellst sie mit konkretem Material dar und erklärst sie mündlich.
D.1.6	Du beschreibst die Division sowohl als Aufteilsituation als auch als Verteilsituation.
D.1.7	Du nutzt Strategien, um Rechnungen zu allen Operationen effizient und geschickt zu lösen. • Konkrete Darstellung (Rechengeschichten) • Bildliche Darstellung • Symbolische Darstellung (mathematische Zeichen)
D.1.8	Du erklärst die Auswirkung einer Veränderung auf die Operation (was passiert, wenn ...).



Operationsverständnis – Strategien – Unterstufe

E.1	Du nutzt Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen und wendest Rechenstrategien mit natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 100 an. 
E.1.1	Du zeigst, dass Addition und Subtraktion Umkehroperationen sind. • konkrete Darstellungen (strukturiertes Material) • bildliche Darstellungen • symbolische Darstellungen (mathematische Zeichen)
E.1.2	Du zeigst, dass Multiplikation und Division Umkehroperationen sind. • konkrete Darstellungen (strukturiertes Material) • bildliche Darstellungen • symbolische Darstellungen (mathematische Zeichen)
E.1.3	Du nutzt Strategien, um Rechnungen zu allen Operationen effizient und geschickt zu lösen. • Umkehraufgaben • Tauschaufgaben • Nachbaraufgaben • Verdoppeln • Halbieren • Schrittweises Rechnen (Kraft der 10) • Analogien • Gegensinniges Verändern (bei Addition und Multiplikation). • Gleichsinniges Verändern (bei Subtraktion und Division). 



Operationsverständnis – Strategien – Unterstufe

E.1.4	Du schätzt Ergebnisse von Operationen (Das Ergebnis ist ungefähr ... - oder - Das Ergebnis liegt zwischen ... und ...).
E.1.5	Du nutzt die Strategien (wie Verdoppeln, Halbieren, schrittweises Rechnen, Nachbaraufgaben, gegensinniges Verändern), um Aufgaben der 1x1- Reihen effizient zu lösen.
E.1.6	Du erforschst und erklärst eigene Rechenwege und tauschst dich dazu aus.
E.1.7	Du erforschst die Rechenwege anderer und unterscheidest zwischen effizienten und längeren Wegen.
E.1.8	Du rechnest im Kopf (Kopfrechnen) oder notierst Zwischenschritte (halbschriftliches Rechnen). • Addition mit natürlichen Zahlen • Subtraktion mit natürlichen Zahlen • Multiplikation mit natürlichen Zahlen • Division mit natürlichen Zahlen



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Mittelstufe

A.2	Du baust Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million auf. Du baust Grundvorstellungen von rationalen Zahlen auf.
	Natürliche Zahl als Kardinalzahl (Klassifikation)
A.2.1	Du schätzt ungeordnete große Mengen, indem du Zählstrategien entwickelst und beschreibst.
A.2.3	Du erfasst große Mengen strukturiert und kannst die Gesamtanzahl durch Zehnerbündelung quasi-simultan schnell und übersichtlich bestimmen. 
A.2.5	Du liest und schreibst Zahlen.
	Natürliche Zahl als Ordinalzahl (Seriation)
A.2.11	Du gibst die Position einer Zahl innerhalb einer Reihenfolge an. • Hunderternachfolger/-vorgänger • Tausendernachfolger/-vorgänger • Zehntausendernachfolger/-vorgänger • Hunderttausendernachfolger/-vorgänger
A.2.12	Du positionierst natürliche Zahlen anhand verschiedener Darstellungsmittel. • Zahlenstrahl • Zahlenstrich • Tausendertafel • Tausenderbuch



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Mittelstufe

	Grundvorstellung von rationalen Zahlen - Stammbrüche
A.2.14	Du zerlegst ein Ganzes (Kreis, Rechteck, Dreieck,...) in gleiche Anteile und schreibst sie als Bruch. >>>>
A.2.15	Du erklärst die Funktion von Nenner und Zähler in einem Bruch und beschreibst die Auswirkung auf den Bruch, wenn Zähler und Nenner sich verändern.
A.2.16	Du ordnest einen Bruch unterschiedlichen Situationen zu (Anteil eines Ganzen, Anteil mehrerer Ganzer, als Verhältnis). >>>>
A.2.17	Du beschreibst zu einem Bruch unterschiedliche konkrete Situationen. >>>>
A.2.18	Du vergleichst Brüche, indem du Aussagen wie „größer als“, „kleiner als“, „gleich viel“ korrekt nutzt.
A.2.19	Du positionierst Brüche auf dem Zahlenstrahl.



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Mittelstufe

	Grundvorstellung von rationalen Zahlen - Dezimalbrüche
A.2.20	Du drückst Messergebnisse, die zwischen zwei natürlichen Zahlen liegen, als Bruch und Dezimalbruch aus, indem du die Skala verfeinerst und den Zusammenhang zum Stellenwertsystem beschreibst. • Messergebnis zwischen zwei natürlichen Zahlen lokalisieren (Verbindung zum Bereich Größen) • Feinskalierung - Darstellung als Bruch mit Zehnerpotenzen (Hundertstel) • Verbindung zur Dezimalschreibweise • Verbindung zum Stellenwertsystem (Erweiterung des Positionssystem)
A.2.21	Du erklärst die Funktion des Kommas innerhalb eines Dezimalbruchs als Trennung zwischen dem ganzen Anteil und dem Dezimalanteil einer Zahl.
A.2.22	Du positionierst Dezimalbrüche auf dem Zahlenstrahl.
A.2.23	Du vergleichst Dezimalbrüche, indem du Aussagen wie „größer als“, „kleiner als“, „gleich groß“ korrekt nutzt.
A.2.24	Du zerlegst ein Ganzes (Kreis, Rechteck, Dreieck,...) in gleiche Anteile und schreibst sie als Dezimalbruch. (0,2; 0,25; 0,33; 0,5; 0,75)



Zahlenverständnis – Zahlenbeziehungen – Mittelstufe

B.2	Du setzt Zahlen in Beziehung zueinander.
	Natürliche Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million
B.2.1	Du vergleichst Zahlen, indem du Aussagen wie „ist um ... größer/ kleiner als ...“ nutzt. >>>
B.2.4	Du rundest eine Zahl auf oder ab, wann immer dies nützlich ist. >>>
B.2.5	Du bestimmst die Vielfachen und die Teiler natürlicher Zahlen und erklärst die Beziehung zwischen ihnen. >>>
B.2.6	Du wendest die Teilbarkeitsregeln an. • 2, 5, 10, 25, 100 und 1000 (Verbindung zur Stellenwertschreibweise) • 3 und 9 (Quersumme)
B.2.7	Du erklärst, was eine Primzahl ist und dass jede Zahl multiplikativ aus Primzahlen besteht. >>>
B.2.9	Du erforschst Muster in vorgegebenen Zahlenfolgen und entwickelst eigene Zahlenfolgen mit einem Muster.
	Rationale Zahlen - Brüche und Dezimalbrüche
B.2.10	Du vergleichst ungleichnamige Brüche miteinander, indem du einen Referenzbruch benutzt. • mit einer Hälfte vergleichen • zu einem Ganzen ergänzen • mit einem Ganzen vergleichen
B.2.11	Du vergleichst Dezimalbrüche miteinander, indem du sie in Beziehung zu einem Ganzen setzt.



Zahlenverständnis – Stellenwertverständnis – Mittelstufe

C.2	Du baust ein Stellenwertverständnis von Zahlen auf.
	Natürliche Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million
C.2.1	Du liest und schreibst zwei-/ mehrstellige Zahlen korrekt.
C.2.2	Du nutzt die Zehnerbündelung als Strukturierungsprinzip und ordnest den Bündeln eine Stelle zu und umgekehrt.
C.2.3	Du erklärst den Aufbau mehrstelliger Zahlen mit Hilfe des Bündelungs- und Stellenwertprinzips. Du nutzt die strukturellen Erkenntnisse des Hunderterraums und überträgst diese auf den Zahlenraum bis 1 Million (ikonisch und symbolisch).
	Rationale Zahlen
C.2.4	Du erklärst, wie Dezimalbrüche entstehen, indem du die Zahlenstraße zwischen zwei ganzen Zahlen in zehn gleiche Teile einteilst und diese Einteilung weiter fortsetzt, sodass die Zahlenstraße verfeinert wird und daraus Zehntel, Hundertstel und Tausendstel abgeleitet werden.
C.2.5	Du erklärst die Schreibweise der Dezimalbrüche mithilfe der Bündelung und Stellenwerte.



Operationsverständnis – Grundvorstellungen – Mittelstufe

D.2	Du baust Grundvorstellungen zu Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) mit natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million auf.
------------	---

	Es gibt keine Indikatoren in diesem Bereich, weil die Grundvorstellungen mit den natürlichen Zahlen in dieser Stufe nicht mehr behandelt werden. Diese Thematik ist Grundbestandteil der Unterstufe. Die Grundvorstellungen der Operationen mit rationalen Zahlen erfolgen erst in der Oberstufe.
--	---



Operationsverständnis – Strategien – Mittelstufe

E.2	Du vertiefst dein Operationsverständnis, indem du Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen nutzt und Rechenstrategien im Zahlenraum bis 1 Million anwendest.
E.2.3	Du nutzt Strategien, um Rechnungen zu allen Operationen effizient und geschickt zu lösen. • Umkehraufgaben • Tauschaufgaben • Nachbaraufgaben • Verdoppeln • Halbieren • Schrittweises Rechnen (Kraft der 10) • Analogien • Gegensinniges Verändern (bei Addition und Multiplikation) • Gleichsinniges Verändern (bei Subtraktion und Division)
E.2.4	Du schätzt Ergebnisse von Operationen. (Das Ergebnis ist ungefähr ... - oder - Das Ergebnis liegt zwischen ... und ...)
E.2.6	Du erforschst eigene Rechenwege und erklärst sie. (Rechenkonferenz)
E.2.7	Du erforschst die Rechenwege anderer und unterscheidest zwischen effizienten und längeren Wegen. (Rechenkonferenz)



Operationsverständnis – Strategien – Mittelstufe

E.2.8	Du rechnest im Kopf (Kopfrechnen) oder notierst Zwischenschritte (halbschriftliches Rechnen). • Addition mit natürlichen Zahlen • Subtraktion mit natürlichen Zahlen • Multiplikation mit natürlichen Zahlen • Division mit natürlichen Zahlen • Addition mit Dezimalbrüchen • Subtraktion mit Dezimalbrüchen • Multiplikation mit Dezimalbrüchen • Division mit Dezimalbrüchen
E.2.9	Du erklärst die Auswirkung einer Veränderung auf die Operation (was passiert, wenn ...).
E.2.10	Du rechnest schriftlich und begründest dein Vorgehen anhand des Stellenwertsystems. • Addition mit natürlichen Zahlen • Subtraktion mit natürlichen Zahlen • Multiplikation mit natürlichen Zahlen • Division mit natürlichen Zahlen • Addition mit Dezimalbrüchen • Subtraktion mit Dezimalbrüchen • Multiplikation mit Dezimalbrüchen (natürliche Zahl $\cdot$ Dezimalbruch und umgekehrt; der Dezimalbruch hat höchstens zwei Stellen hinter dem Komma) • Division mit Dezimalbrüchen (Divisor ist maximal zweistellig und eine natürliche Zahl)



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Oberstufe

A.3	Du baust Grundvorstellungen von rationalen Zahlen auf. <i>Die rationalen Zahlen umfassen auch die natürlichen Zahlen, da sie als Bruch darstellbar sind.</i>
A.3.5	Du liest und schreibst Zahlen.
A.3.11	Du gibst die Position einer Zahl innerhalb einer Reihenfolge an. • Zehntelnachfolger / -vorgänger • Hundertstelnachfolger / -vorgänger • Tausendstelnachfolger / -vorgänger
A.3.12	Du positionierst natürliche Zahlen anhand verschiedener Darstellungsmittel. • Zahlenstrahl • Zahlenstrich



Zahlenverständnis – Grundvorstellungen – Oberstufe

	Grundvorstellungen von rationalen Zahlen - Bruch und Dezimalbruch	
A.3.14	Du zerlegst ein Ganzes (Kreis, Rechteck, Dreieck,...) in gleiche Anteile und schreibst sie als Bruch.	»»»»
A.3.15	Du erklärst die Funktion von Nenner und Zähler in einem Bruch und beschreibst die Auswirkung auf den Bruch, wenn Zähler und Nenner sich verändern.	»»»»
A.3.16	Du ordnest einen Bruch unterschiedlichen Situationen zu (Anteil eines Ganzen, Anteil mehrerer Ganzer, als Verhältnis).	»»»»
A.3.17	Du beschreibst zu einem Bruch unterschiedliche konkrete Situationen.	»»»»
A.3.18	Du vergleichst Brüche, indem du Aussagen wie „größer als“, „kleiner als“, „gleich viel“ korrekt nutzt.	
A.3.19	Du positionierst Brüche auf dem Zahlenstrahl.	
A.3.20	Du drückst Messergebnisse, die zwischen zwei natürlichen Zahlen liegen, als Bruch und Dezimalbruch aus, indem du die Skala verfeinerst und den Zusammenhang zum Stellenwertsystem beschreibst. • Messergebnis zwischen zwei natürlichen Zahlen lokalisieren (Verbindung zum Bereich Größen) • Feinskalierung - Darstellung als Bruch mit Zehnerpotenzen (Hundertstel) • Verbindung zur Dezimalschreibweise • Verbindung zum Stellenwertsystem (Erweiterung des Positionssystem)	»»»»
A.3.22	Du positionierst Dezimalbrüche auf dem Zahlenstrahl.	»»»»
A.3.23	Du vergleichst Dezimalbrüche, indem du Aussagen wie „größer als/kleiner als“, „gleich groß“ korrekt nutzt.	
A.3.24	Du zerlegst ein Ganzes (Kreis, Rechteck, Dreieck,...) in gleiche Anteile und schreibst sie als Dezimalbruch.	»»»»
A.3.25	Du bestimmst Prozente aus konkreten Situationen und stellst sie dar.	
A.3.26	Du nutzt Prozente, um verschiedene Anteile vergleichen zu können.	



Zahlenverständnis – Zahlenbeziehungen – Oberstufe

B.3	Du setzt Zahlen in Beziehung zueinander.
	Natürliche Zahlen
B.3.1	Du vergleichst Zahlen, indem du Aussagen wie „ist um ... größer/kleiner als ...“ nutzt.
B.3.4	Du rundest eine Zahl auf oder ab, wann immer dies nützlich ist.
B.3.6	Du wendest die Teilbarkeitsregeln an. • 2, 5, 10, 25, 100, 8 und 1000 (Verbindung zur Stellenwertschreibweise) • 3 und 9 (Quersumme) 
B.3.7	Du erklärst, was eine Primzahl ist und jede Zahl multiplikativ aus Primzahlen besteht.
B.3.8	Du nutzt Primzahlen zur Primfaktorenzerlegung bei der Suche nach dem größten gemeinsamen Teiler und dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen.
B.3.9	Du erforschst Muster in vorgegebenen Zahlenfolgen und entwickelst eigene Zahlenfolgen mit einem Muster (strukturiertes Zählen). 
	Rationale Zahlen - Brüche und Dezimalbrüche
B.3.10	Du vergleichst Brüche miteinander und mit ganzen Zahlen, indem du ihre relative Position zueinander beschreibst.
B.3.11	Du vergleichst Dezimalbrüche miteinander und mit ganzen Zahlen, indem du ihre relative Position zueinander beschreibst. 
B.3.12	Du bestimmst Prozentsätze von Grundwerten.
B.3.13	Du wandelst Brüche, Dezimalbrüche (endliche oder unendlich periodische Dezimalzahlen) und Prozente jeweils in die beiden anderen Schreibweisen um.



Zahlenverständnis – Stellenwertverständnis – Oberstufe

C.3	Du baust ein Stellenwertverständnis von rationalen Zahlen auf.
C.3.3	Du stellst Dezimalbrüche mit Hilfe der Zehnerbündelung übersichtlich dar.



Operationsverständnis – Grundvorstellungen – Oberstufe

D.3	Du baust Grundvorstellungen zu Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) mit rationalen Zahlen auf.
D.3.9	Du erweiterst oder kürzt Brüche, um sie gleichnamig zu machen und begründest deine Vorgehensweise mithilfe von Darstellungen.
D.3.10	Du addierst und subtrahierst gleichnamige Brüche und stellst die Operation konkret, bildlich und symbolisch dar.
D.3.11	Du multiplizierst Brüche (natürliche Zahl $\cdot$ Bruch; Bruch $\cdot$ natürliche Zahl) und stellst die Operation konkret, bildlich und symbolisch dar.



Operationsverständnis – Strategien – Oberstufe

E.3	Du nutzt dein Operationsverständnis in inner- und außermathematischen Problemsituationen.
E.3.4	Du schätzt Ergebnisse von Operationen (Das Ergebnis ist ungefähr ... - oder - Das Ergebnis liegt zwischen ... und ...).
E.3.6	Du erforschst eigene Rechenwege und erklärst sie. (Rechenkonferenz)
E.3.7	Du erforschst die Rechenwege anderer und unterscheidest zwischen effizienten und längeren Wegen. (Rechenkonferenz)
E.3.8	Du rechnest im Kopf (Kopfrechnen) oder notierst Zwischenschritte (halbschriftliches Rechnen). • Multiplikation mit Dezimalbrüchen Dezimalbruch $\cdot$ Dezimalbruch mit zwei Stellen nach dem Komma • Division mit Dezimalbrüchen Dezimalbruch $:$ Dezimalbruch mit zwei Stellen nach dem Komma
E.3.9	Du erklärst die Auswirkung einer Veränderung auf die Operation (was passiert, wenn ...).
E.3.10	Du rechnest schriftlich und begründest dein Vorgehen anhand des Stellenwertsystems. • Multiplikation mit Dezimalbrüchen Dezimalbruch $\cdot$ Dezimalbruch mit zwei Stellen nach dem Komma • Division mit Dezimalbrüchen Dezimalbruch $:$ Dezimalbruch mit zwei Stellen nach dem Komma



Operationsverständnis – Strategien – Oberstufe

E.3.11	Du addierst und subtrahierst ungleichnamige Brüche und stellst die Operation konkret, bildlich und symbolisch dar.
E.3.12	Du multiplizierst Brüche (natürliche Zahl $\cdot$ Bruch; Bruch $\cdot$ natürliche Zahl; Bruch $\cdot$ Bruch) und stellst die Operation konkret, bildlich und symbolisch dar.
E.3.13	Du dividierst Brüche (Bruch $:$ natürliche Zahl; Bruch $:$ Bruch) und stellst die Operation konkret, bildlich und symbolisch dar.
E.3.14	Du berechnest Anteile von Grundwerten.
E.3.15	Du berechnest Prozentsätze von Grundwerten.
E.3.16	Du identifizierst Zuordnungen in Sachsituationen, ordnest sie als proportional, antiproportional oder sonstig ein und wendest bei proportionalen bzw. antiproportionalen Zusammenhängen die Schlussrechnung zur Lösung an. 



	Schätzen Vergleichen qualitatives Ordnen		Schätzen Messen quantitatives Ordnen		Schätzen Berechnen quantitatives Ordnen	
	Direkter Vergleich	Direkter Vergleich - Stützpunktvorstellungen	Indirekter Vergleich	Indirekter Vergleich - Stützpunktvorstellungen	Mit Größen rechnen	Größen berechnen
OS	<u>A.3</u>	<u>B.3</u>	<u>C.3</u>	<u>D.3</u>	<u>E.3</u>	<u>F.3</u>
MS	<u>A.2</u>	<u>B.2</u>	<u>C.2</u>	<u>D.2</u>	<u>E.2</u>	<u>F.2</u>
US	<u>A.1</u>	<u>B.1</u>	<u>C.1</u>	<u>D.1</u>		
KG	<u>A.0</u>		<u>C.0</u>			



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Kindergarten

A.0	Du vergleichst Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen (kleiner, größer, leichter, kürzer, weiter, später,...).
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Hohlmaß
A.0.1	Du beschreibst die Größe anhand eines konkreten Beispiels.
A.0.2	Du vergleichst zwei Repräsentanten von Größen durch direktes Beobachten ⁽¹⁾, gleichzeitiges Wahrnehmen ⁽²⁾ und/oder Umstrukturieren ⁽³⁾ (gleicher Startpunkt, Umschütten in gleichartige Gefäße, ...). Hierzu nutzt du den korrekten Wortschatz. • Längenmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: länger, kürzer, dicker, dünner, schmaler, weiter, enger, breiter, größer, kleiner, gleich groß • Gewichtsmaß ⁽²⁾: leichter, schwerer, gleich schwer • Hohlmaß
A.0.3	Du ordnest mehrere Repräsentanten von Größen in eine Reihenfolge an und begründest dein Vorgehen sowie deine Ordnung (visuell, taktil, mit Hilfe eines Werkzeugs).
A.0.4	Du nutzt transitive Schlüsse, um Repräsentanten in eine Reihenfolge einzuordnen. Du vermeidest es so, alle Repräsentanten miteinander direkt zu vergleichen.



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Kindergarten

C.0	Du misst die Größen von Repräsentanten. Du machst quantitative Vergleiche. Du drückst die Messung mit Zahlen und angepassten Einheiten aus.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Hohlmaß
C.0.1	Du wählst eine passende (aus dem Größenbereich und kleiner als das zu Messende) Einheit zum Messen aus. Die Einheit darf eine willkürliche oder standardisierte sein.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Unterstufe

A.1	Du vergleichst Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen (kleiner, größer, leichter, kürzer, weiter, später,...).
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Geldwert, Dauer (Zeit)
A.1.1	Du beschreibst die Größe anhand eines konkreten Beispiels.
A.1.2	Du vergleichst zwei Repräsentanten von Größen durch direktes Beobachten ⁽¹⁾, gleichzeitiges Wahrnehmen ⁽²⁾ und/oder Umstrukturieren ⁽³⁾ (gleicher Startpunkt, Umschütten in gleichartige Gefäße, ...). Hierzu nutzt du den korrekten Wortschatz. • Längenmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: länger, kürzer, dicker, dünner, schmaler, weiter, enger, breiter, größer, kleiner, gleich groß • Gewichtsmaß ⁽²⁾: leichter, schwerer, gleich schwer • Geldwert: teurer, billiger, mehr/weniger wert/gleich viel wert • Dauer (Zeit) ⁽²⁾ ⁽³⁾: dauert länger/ weniger lang, genau so lang wie. <i>Bemerkung: Um eine Dauer zu bestimmen, sind zwei Zeitpunkte erforderlich.</i>
A.1.3	Du ordnest mehrere Repräsentanten von Größen in eine Reihenfolge an und begründest dein Vorgehen sowie deine Ordnung (visuell, taktil, mit Hilfe eines Werkzeugs).
A.1.4	Du nutzt transitive Schlüsse, um Repräsentanten in eine Reihenfolge einzuordnen. Du vermeidest es so, alle Repräsentanten miteinander direkt zu vergleichen.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Unterstufe

B.1	Du schätzt in deiner Vorstellung Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Geldwert, Dauer (Zeit)
B.1.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese für qualitative Vergleiche einzusetzen. 
B.1.2	Du schätzt die Größe eines Objektes im Vergleich zu einem Repräsentanten und drückst den Vergleich sachgerecht aus.



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Unterstufe

C.1	Du misst die Größen von Repräsentanten. Du machst quantitative Vergleiche. Du drückst die Messung mit Zahlen und angepassten Einheiten aus.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Geldwert, Dauer (Zeit)
C.1.1	Du skalierst ein Messinstrument zu den Längen. • Du wählst eine passende (aus dem Größenbereich und kleiner als das zu Messende) Einheit zum Messen aus. Die Einheit darf eine willkürliche oder standardisierte sein. • Du leitest das Prinzip des Messens ab, indem du die Einheit mehrmalig verwendest und dieses Prinzip auf dein Messinstrument überträgst. • Du untergliederst die Grundeinheit des Meters in Zentimeter, um ein präziseres Messergebnis zu erhalten. • Du beschreibst die Relationen zwischen der Grundeinheit Meter und der Untereinheiten der Zentimeter als Verfeinerung. Du erklärst, wie die Maßzahl sich abhängig von der Maßeinheit verändert. • Du nutzt das skalierte Messinstrument, um die Länge von Objekten zu bestimmen und quantitative Vergleiche zu ziehen.
C.1.2	Du misst Größen. • Du nutzt angepasste Messinstrumente, um die Größe von Objekten zu bestimmen und quantitative Vergleiche zu machen. • Längenmaß (m und cm) • Gewichtsmaß (kg, $\frac{1}{2}$ kg) • Geldwert (€ und ct; es gibt kein Messinstrument) • Dauer (Zeit: h und min) <i>Bemerkung: Um eine Dauer zu bestimmen, sind zwei Zeitpunkte (volle und halbe Stunde) erforderlich.</i>



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Unterstufe

D.1	Du entwickelst Stützpunktvorstellungen zu Maßeinheiten, die du als Referenz für quantitative Vergleiche und Schätzungen nutzt. Du beschreibst den Vergleich mithilfe von Zahlen und Einheiten.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Geldwert, Dauer (Zeit)
D.1.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese beim Schätzen sowie für quantitative Vergleiche einzusetzen. • standardisierte Maßeinheiten • Längenmaß (Bsp.: 1 cm entspricht der Fingerbreite) • Gewichtsmaß (Bsp.: 1 kg entspricht einem Paket Zucker) • Geldwert (Bsp.: 1 € kostet ein Brötchen) • Dauer (Zeit) (Bsp.: 1 min dauert so lange wie 20 Kniebeugen) 
D.1.2	Du ordnest einem zu schätzenden/messenden Objekt eine angepasste Größeneinheit zu und kannst dies begründen.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Mittelstufe

A.2	Du vergleichst Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen (kleiner, größer, leichter, kürzer, weiter, später,...).
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Flächenmaß, Rauminhalt, Geldwert, Dauer (Zeit), Winkelmaß
A.2.1	Du beschreibst die Größe anhand eines konkreten Beispiels.
A.2.2	Du vergleichst zwei Repräsentanten von Größen durch direktes Beobachten ⁽¹⁾, gleichzeitiges Wahrnehmen ⁽²⁾ und/oder Umstrukturieren ⁽³⁾ (gleicher Startpunkt, Umschütten in gleichartige Gefäße, ...). Hierzu nutzt du den korrekten Wortschatz. • Längenmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: länger, kürzer, dicker, dünner, schmaler, weiter, enger, breiter, größer, kleiner, gleich groß • Flächenmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: nimmt mehr/weniger/gleich viel Fläche ein • Rauminhalt ⁽¹⁾ ⁽³⁾: enthält mehr/weniger, gleich viel • Gewichtsmaß ⁽²⁾: leichter, schwerer, gleich schwer • Geldwert: teurer, billiger, mehr/weniger wert/gleich viel wert • Dauer (Zeit) ⁽²⁾ ⁽³⁾: dauert länger/ weniger lang/genau so lang wie. <i>Bemerkung: Um eine Dauer zu bestimmen, sind zwei Zeitpunkte erforderlich.</i> • Winkelmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: größer/kleiner/gleich groß





Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Mittelstufe

A.2.3	Du ordnest mehrere Repräsentanten von Größen in eine Reihenfolge an und begründest dein Vorgehen sowie deine Ordnung (visuell, taktil, mit Hilfe eines Werkzeugs).
A.2.4	Du nutzt transitive Schlüsse, um Repräsentanten in eine Reihenfolge einzuordnen. Du vermeidest es so, alle Repräsentanten miteinander direkt zu vergleichen.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Mittelstufe

B.2	Du schätzt in deiner Vorstellung Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Flächenmaß, Rauminhalt, Geldwert, Dauer (Zeit), Winkelmaß
B.2.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese für qualitative Vergleiche einzusetzen.
B.2.2	Du schätzt die Größe eines Objektes im Vergleich zu einem Repräsentanten und drückst den Vergleich sachgerecht aus.



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Mittelstufe

C.2	Du misst die Größen von Repräsentanten. Du machst quantitative Vergleiche. Du drückst die Messung mit Zahlen und angepassten Einheiten aus.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Flächenmaß, Rauminhalt, Geldwert, Dauer (Zeit), Winkelmaß
C.2.1	Du skalierst ein Messinstrument zu den Längen. • Du wählst eine passende (aus dem Größenbereich und kleiner als das zu Messende) Einheit zum Messen aus. Die Einheit darf eine willkürliche oder standardisierte sein. • Du leitest das Prinzip des Messens ab, indem du die Einheit mehrmalig verwendest und dieses Prinzip auf dein Messinstrument überträgst. • Du untergliederst die Grundeinheit des Meters systematisch in Untereinheiten, um ein präziseres Messergebnis zu erhalten. • Du beschreibst die Relationen zwischen der Grundeinheit (m) und den abgeleiteten Einheiten (dm, cm, mm, km) als Verfeinerung und Vergrößerung. Du erklärst, wie die Maßzahl sich abhängig von der Maßeinheit verändert. • Du nutzt das skalierte Messinstrument, um die Länge von Objekten zu bestimmen und quantitative Vergleiche zu ziehen. 



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Mittelstufe

C.2.2

Du misst Größen.

- Du drückst diese Relationen zwischen den standardisierten Einheiten als Gleichungen aus.
- Du nutzt die Umwandlungstabelle sinnvoll für sachbezogene Umwandlungen von Größen.
- Du nutzt angepasste Messinstrumente, um die Größe von Objekten zu bestimmen und quantitative Vergleiche zu machen.
 - Längenmaß (km, m, dm, cm und mm)
Bemerkung: „dam“ und „hm“ werden ersetzt durch 10 m und 100 m.
 - Flächenmaß (Meterquadrat, Zentimeterquadrat)
 - Rauminhalt (l, $\frac{1}{2}$ l, $\frac{1}{4}$ l, $\frac{1}{8}$ l und ml, Zentimeterwürfel)
Bemerkung: Wir unterscheiden den inneren und äußeren Rauminhalt. Der innere Rauminhalt bezieht sich auf den Raum, der innerhalb eines Körpers liegt; der äußere Rauminhalt beschreibt den gesamten Raum, den der Körper im dreidimensionalen Raum einnimmt. Der Raum kann sowohl in Liter wie auch in Kubik gemessen werden. Eine synonyme Bezeichnung für den Rauminhalt ist der Begriff Volumen.
 - Gewichtsmaß (t, kg, g, $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg)
 - Geldwert (€ und ct)
 - Dauer (h, min und s)
Bemerkung: Um eine Dauer zu bestimmen, sind zwei Zeitpunkte erforderlich.
 - Winkelmaß





Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Mittelstufe

D.2	Du entwickelst Stützpunktvorstellungen zu Maßeinheiten, die du als Referenz für quantitative Vergleiche und Schätzungen nutzt. Du beschreibst den Vergleich mithilfe von Zahlen und Einheiten.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Flächenmaß, Rauminhalt, Geldwert, Dauer (Zeit), Winkelmaß
D.2.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese beim Schätzen sowie für quantitative Vergleiche einzusetzen. • standardisierte Maßeinheiten • Längenmaß (Bsp.: 1 cm entspricht der Fingerbreite) • Gewichtsmaß (Bsp.: 1 kg entspricht einem Paket Zucker) • Flächenmaß (Bsp.: 1 cm² entspricht der Fläche des Daumens) • Rauminhalt (Bsp.: 1 l entspricht einem Tetrapak Milch, 1 cm³ entspricht dem Rauminhalt eines Spielwürfels) • Geldwert (Bsp.: 1 € kostet ein Brötchen) • Dauer (Zeit) (Bsp.: 1 min dauert so lange wie 20 Kniebeugen) • Winkelmaß (Bsp.: Die Öffnung zwischen dem Daumen und dem kleinen Finger entspricht einem Winkel von 90°) 
D.2.2	Du ordnest einem zu schätzenden/messenden Objekt eine angepasste Größeneinheit zu und kannst dies begründen.



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Mittelstufe

E.2	Du rechnest mit Größen in Sachsituationen.
	Längenmaß, Gewichtsmaß, Flächenmaß, Rauminhalt, Geldwert, Dauer (Zeit), Winkelmaß
E.2.1	Du kannst Größen ein und desselben Bereichs in Sachsituationen miteinander addieren bzw. subtrahieren.
E.2.2	Du kannst Größen in Sachsituationen vervielfachen (mit natürlichen Zahlen oder Brüchen).
E.2.3	Du kannst Größen in Aufteil- und Verteilsituation als Division beschreiben. Bemerkung: Die Aufteilsituation drückt ein Verhältnis aus. Die Verteilsituation beschreibt das Einteilen eines Repräsentanten einer betreffenden Größe.



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Mittelstufe

F.2	Du entwickelst Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt und Rauminhalt und wendest sie in Sachsituationen an.
F.2.1	Du kannst begründen, weshalb Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt und Rauminhalt erforderlich sind, wenn der Aufwand des Messens zu hoch ist.
F.2.2	Du entwickelst und erklärst die Formel des Umfangs unterschiedlicher Formen und erklärst die Beziehungen zwischen Formel und Eigenschaft der Form. • Für unregelmäßige Formen (mit verschiedenen langen Seiten) werden alle Seitenlängen addiert (Trapez, allgemeines Viereck, allgemeines Dreieck, ...). • Für regelmäßige Formen (n-Eck mit gleichlangen Seiten) gilt: $n \cdot \text{Seitenlänge}$ (Quadrat, Raute, gleichseitiges Dreieck, ...). • Für die symmetrischen Formen wird nur die Hälfte der Seitenlängenangaben benötigt (Parallelogramm, Rechteck, Drachenviereck). 
F.2.3	Du berechnest den Umfang geometrischer Formen, indem du passende Formeln flexibel anwendest und umstellst, um fehlende Größen zu bestimmen.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Oberstufe

A.3	Du vergleichst Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen (kleiner, größer, leichter, kürzer, weiter, später,...).
	Flächenmaß, Rauminhalt, Dauer (Zeit), Winkelmaß
A.3.1	Du beschreibst die Größe anhand eines konkreten Beispiels.
A.3.2	Du vergleichst zwei Repräsentanten von Größen durch direktes Beobachten ⁽¹⁾ , gleichzeitiges Wahrnehmen ⁽²⁾ und/oder Umstrukturieren ⁽³⁾ (gleicher Startpunkt, Umschütten in gleichartige Gefäße, ...). Hierzu nutzt du den korrekten Wortschatz. • Flächenmaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: nimmt mehr/weniger/gleich viel Fläche ein • Raummaß ⁽¹⁾ ⁽³⁾: nimmt mehr/weniger/gleich viele Raum/Platz ein • Dauer (Zeit) ⁽²⁾ ⁽³⁾: dauert länger/ weniger lang • Winkelöffnung ⁽¹⁾ ⁽³⁾: größer/kleiner/gleich groß
A.3.3	Du ordnest mehrere Repräsentanten von Größen in eine Reihenfolge an und begründest dein Vorgehen sowie deine Ordnung (visuell, taktil, mit Hilfe eines Werkzeugs).
A.3.4	Du nutzt transitive Schlüsse, um Repräsentanten in eine Reihenfolge einzuordnen. Du vermeidest es so, alle Repräsentanten miteinander direkt zu vergleichen.



Schätzen, Vergleichen, qualitatives Ordnen – Oberstufe

B.3	Du schätzt in deiner Vorstellung Repräsentanten von Größen direkt und nutzt qualitative Aussagen.
	Flächenmaß, Rauminhalt, Dauer (Zeit), Winkelmaß
B.3.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese für qualitative Vergleiche einzusetzen.
B.3.2	Du schätzt die Größe eines Objektes im Vergleich zu einem Repräsentanten (z.B. Höhe der Tür im Vergleich zu, des Schrankes im Vergleich zu, ...) und drückst den Vergleich sachgerecht aus.



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

C.3	Du misst die Größen von Repräsentanten. Du machst quantitative Vergleiche. Du drückst die Messung mit Zahlen und angepassten Einheiten aus.
	Flächenmaß, Rauminhalt, Dauer (Zeit), Winkelmaß
C.3.2	Du misst Größen. • Du wählst eine passende (aus dem Größenbereich und kleiner als das zu Messende) Einheit zum Messen aus. Die Einheit darf eine willkürliche oder standardisierte sein. • Du untergliederst die Grundeinheit der jeweiligen Größe systematisch in Untereinheiten, um ein präziseres Messergebnis zu erhalten. • Du beschreibst die Relationen zwischen der Grundeinheit und den abgeleiteten Einheiten als Verfeinerung und Vergröberung. • Du erklärst, wie die Maßzahl sich abhängig von der Maßeinheit verändert. • Du drückst diese Relationen zwischen den standardisierten Einheiten als Gleichung oder mithilfe einer Tabelle aus. • Du nutzt die Umwandlungstabelle sinnvoll für sachbezogene Umwandlungen von Größen. • Du nutzt angepasste Messinstrumente, um die Größe von Objekten zu bestimmen und quantitative Vergleiche zu machen. <i>Bemerkung: Bei Winkelmaßen keine Umwandlungen.</i>



Schätzen, Messen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

D.3	Du entwickelst Stützpunktvorstellungen zu Maßeinheiten, die du als Referenz für quantitative Vergleiche und Schätzungen nutzt. Du beschreibst den Vergleich mithilfe von Zahlen und Einheiten.
	Flächenmaß, Rauminhalt, Dauer (Zeit), Winkelmaß
D.3.1	Du baust sinnvolles Stützpunktwissen auf, d.h. du wählst sinnvolle Repräsentanten von Größen, um diese beim Schätzen sowie für quantitative Vergleiche einzusetzen. Du machst dies in Bezug auf standardisierte Maßeinheiten. 
D.3.2	Du ordnest einem zu schätzenden/messenden Objekt eine angepasste Größeneinheit zu und kannst dies begründen.
D.3.3	Du beschreibst die Beziehung zwischen den verschiedenen Einheiten der Raummaße (1 dm^3 entspricht 1 l).



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

E.3	Du rechnest mit Größen in Sachsituationen.
	Flächenmaß, Rauminhalt, Dauer (Zeit), Winkelmaß
E.3.1	Du kannst Größen ein und desselben Bereichs in Sachsituationen miteinander addieren bzw. subtrahieren. 
E.3.2	Du kannst Größen in Sachsituationen vervielfachen (mit natürlichen Zahlen oder Brüchen).
E.3.3	Du kannst Größen in Aufteil- und Verteilsituation als Division beschreiben. Bemerkung: Die Aufteilsituation drückt ein Verhältnis aus. Die Verteilsituation beschreibt das Einteilen eines Repräsentanten einer betreffenden Größe. 



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

F.3	Du entwickelst Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt und Rauminhalt und wendest sie in Sachsituationen an.
F.3.1	Du kannst begründen, weshalb Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt und Rauminhalt erforderlich sind, wenn der Aufwand des Messens zu hoch ist.
F.3.2	Du entwickelst und erklärst Umfangsformeln, indem du erkennst, wie sich der Umfang aus den Eigenschaften der Form ergibt. • Für unregelmäßige Formen (mit verschiedenen langen Seiten) werden alle Seitenlängen addiert (Trapez, allgemeines Viereck, allgemeines Dreieck, ...). • Für regelmäßige Formen (n-Eck mit gleichlangen Seiten) gilt $n \cdot \text{Seitenlänge}$ (Quadrat, Raute, gleichseitiges Dreieck, ...). • Für die symmetrischen Formen wird nur die Hälfte der Seitenlängenangaben benötigt (Parallelogramm, Rechteck, Drachenviereck).
F.3.3	Du berechnest den Umfang geometrischer Formen, indem du passende Formeln flexibel anwendest und umstellst, um fehlende Größen zu bestimmen.
F.3.4	Du beschreibst die Beziehung zwischen Längenmaß und Flächenmaß. 



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

F.3.5	Du entwickelst und erklärst die Formel des Flächeninhalts unterschiedlicher Formen und erklärst die Beziehungen zwischen der Grundform (Rechteck oder Parallelogramm) und der zu bestimmenden Form. • Wir nutzen bekannte Flächeninhaltsformeln und übertragen diese auf neue Flächeninhaltsformeln. • Du leitest die Flächenformel für Rechteck und Quadrat durch das Auslegen mit Einheitsquadraten her und erklärst, wie sich der Flächeninhalt aus der Anzahl der Quadrate pro Reihe und der Anzahl der Reihen zusammensetzt. $E \cdot \text{Anzahl Einheitsquadrate einer Reihe} \cdot \text{Anzahl Reihen}$ • Du zerlegst die Fläche von Parallelogramm, Raute, Dreieck, setzt diese zu Rechtecken/Parallelogrammen zusammen und leitest die Formel ab. 
F.3.6	Du berechnest Flächeninhalte geometrischer Formen, indem du passende Formeln flexibel anwendest und umstellst, um fehlende Größen zu bestimmen.
F.3.7	Du bestimmst die Oberfläche von Quader und Würfel und nutzt die Eigenschaften des Körpers (Anzahl Flächen und Art der Flächen, die den Körper zusammensetzen.)



Schätzen, Berechnen, quantitatives Ordnen – Oberstufe

F.3.8	Du beschreibst die Beziehungen zwischen Längenmaß, Flächenmaß und Rauminhalt, d.h. die Beziehungen zwischen den Dimensionen. <i>Bemerkung: Das metrische System basiert auf der standardisierten Maßeinheit Meter. Alle anderen Einheiten zur Messung von Fläche, Rauminhalt und Gewicht (Masse) sind vom Meter abgeleitet. Auch das Kilogramm ist eng mit dem Meter verbunden, weil es der Masse von 1 Liter (1 dm³ Wasser) bei 4° Celsius entspricht.</i>
F.3.9	Du leitest die Formeln des Rauminhalts von Quader und Würfel durch das Auslegen mit Einheitswürfeln und das Bilden von Schichten her und erklärst, wie sich der Rauminhalt aus der Anzahl der Würfel pro Schicht und der Anzahl der Schichten zusammensetzt. $E \cdot \text{Anzahl Einheitswürfel einer Schicht} \cdot \text{Anzahl Schichten}$
F.3.10	Du berechnest Rauminhalte geometrischer Körper, indem du passende Formeln flexibel anwendest und umstellst, um fehlende Größen zu bestimmen.



	Raumorientierung		Geometrische Figuren		
	Positionen im Raum und in der Ebene	Bewegungen im Raum und in der Ebene	Eigenschaften ebener Figuren	Eigenschaften geometrischer Körper	Geometrische Objekte konstruieren
OS	<u>A.3</u>	<u>B.3</u>	<u>C.3</u>	<u>D.3</u>	<u>E.3</u>
MS	<u>A.2</u>	<u>B.2</u>	<u>C.2</u>	<u>D.2</u>	<u>E.2</u>
US	<u>A.1</u>	<u>B.1</u>	<u>C.1</u>	<u>D.1</u>	<u>E.1</u>
KG	<u>A.0</u>	<u>B.0</u>	<u>C.0</u>	<u>D.0</u>	<u>E.0</u>



Raumorientierung – Kindergarten

A.0	Du beschreibst dein Körperschema, deine Position im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
A.0.0	Du beschreibst dein Körperschema anhand topologischer Begriffe.
A.0.1	Du beschreibst Lagebeziehungen zum eigenen Körper (ich-Objekt) und nutzt Begriffe oben, unten, über, unter, hinter, vor, innen/innerhalb, außen/außerhalb, neben, zwischen korrekt.
A.0.2	Du beschreibst die Position von Objekten zu Objekten und nutzt die topologischen Begriffe. 
A.0.3	Du beschreibst ein Objekt aus verschiedenen Blickwinkeln, versetzt dich in die Position eines anderen hinein und beschreibst dessen Blickwinkel. Du überprüfst konkret, wie etwas aussieht, wenn du die Sicht einer anderen Person einnimmst.



Raumorientierung – Kindergarten

B.0	Du erzeugst und beschreibst mit geometrischen Objekten eine Bewegung im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
B.0.1	Du zeigst und beschreibst Symmetrien an deinem Körper, im Spiegel und in deiner Umwelt.
B.0.2	Du erzeugst durch legen, falten oder gestalten symmetrische Figuren, Muster oder Bilder.
B.0.3	Du legst, baust oder zeichnest verschiedene Muster durch Spiegelung, Drehung oder Verschiebung, z.B. Bandornamente oder Parkettierungen.



Geometrische Figuren – Kindergarten

C.0	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Vieleck, Nicht-Vieleck (Kreis, Oval), Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat
C.0.1	Du erkennst und benennst ebene Figuren in Alltagsgegenständen.
C.0.2	Du vergleichst Eigenschaften ebener Figuren in vielfältigen Situationen, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen den ebenen Figuren beschreibst. • Vieleck, Nicht-Vieleck (Kreis, Oval) • Dreieck • Viereck, Rechteck, Quadrat
C.0.4	Du sortierst ebene Figuren nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften und begründest deine Zuordnung. • Anzahl Seiten/Ecken



Geometrische Figuren – Kindergarten

D.0	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Polyeder, Nicht-Polyeder, Quader, Würfel, Kugel
D.0.0	Du benennst und beschreibst ebene Figuren als Abgrenzung von Körpern.
D.0.1	Du vergleichst Eigenschaften von Körpern in vielfältigen Situationen, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen ihnen beschreibst. • Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle), • Nicht-Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle) • Quader, Würfel, Kugel
D.0.4	Du sortierst die Körper nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften. • rollt/ rollt nicht



Geometrische Figuren – Kindergarten

E.0	Du konstruierst geometrische Objekte mit angepassten Werkzeugen.
E.0.1	Du erstellst ebene Figuren und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Figuren. • frei Hand • mit Schablonen



Raumorientierung – Unterstufe

A.1	Du beschreibst eine Position im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
A.1.1	Du beschreibst Lagebeziehungen zum eigenen Körper (ich-Objekt) und nutzt Begriffe wie links, rechts, oben, unten, über, unter, hinter, vor, innen/innerhalb, außen/außerhalb, neben, zwischen korrekt.
A.1.2	Du beschreibst die Position von Objekten zu Objekten und nutzt die topologischen Begriffe (siehe Punkt 1).
A.1.3	Du beschreibst ein Objekt aus verschiedenen Blickwinkeln, versetzt dich in die Position eines anderen hinein und beschreibst dessen Blickwinkel. >>>
A.1.4	Du beschreibst einen Weg oder einen Bauplan so deutlich, dass andere ihn nachvollziehen können (Würfelgebäude, Pläne).



Raumorientierung – Unterstufe

B.1	Du erzeugst und beschreibst mit geometrischen Objekten eine Bewegung im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
	Verschiebung, Spiegelachse(n), Drehung, Punktspiegelung
B.1.1	Du identifizierst symmetrische Figuren, indem du die Spiegelachse(n) angibst. • achsensymmetrische Figuren
B.1.2	Du erzeugst (stellst ... her) und zeichnest deckungsgleiche Figuren mithilfe von und begründest deine Vorgehensweise durch die Konstruktionsregel. • Verschiebung • Spiegelachse(n) • Drehung • Punktspiegelung
B.1.3	Du legst, baust oder zeichnest verschiedene Muster durch Spiegelung, Drehung oder Verschiebung, z.B. Bandornamente oder Parkettierungen.



Geometrische Figuren – Unterstufe

C.1	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Vieleck, Nicht-Vieleck (Kreis, Oval), Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat
C.1.1	Du erkennst und benennst ebene Figuren in Alltagsgegenständen.
C.1.2	Du vergleichst Eigenschaften ebener Figuren, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen den ebenen Figuren beschreibst. • Vieleck, Nicht-Vieleck (Kreis, Oval) • Dreieck • Viereck, Rechteck, Quadrat
C.1.3	Du konstruierst zusammengesetzte Figuren aus einfachen Figuren und nutzt die geometrischen Eigenschaften.
C.1.4	Du sortierst ebene Figuren nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften und begründest deine Zuordnung. • Anzahl Seiten/Ecken • Länge der Seiten



Geometrische Figuren – Unterstufe

D.1	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Polyeder, Nicht-Polyeder, Quader, Würfel, Kugel
D.1.1	Du vergleichst Eigenschaften von Körpern, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen ihnen beschreibst. • Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle), Nicht-Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle) • Quader, Würfel, Kugel
D.1.2	Du ordnest geometrische Körper Alltagsgegenständen zu.
D.1.3	Du konstruierst zusammengesetzte Körper aus einfachen Körpern und nutzt die geometrischen Eigenschaften.
D.1.4	Du sortierst die Körper nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften. • rollt/ rollt nicht • zusammengesetzt nur aus ebenen Flächen/ teilweise aus gekrümmten Flächen • Anzahl Ecken, Flächen, Kanten



Geometrische Figuren – Unterstufe

E.1	Du konstruierst geometrische Objekte mit angepassten Werkzeugen.
E.1.1	Du erstellst ebene Figuren und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Figuren. • frei Hand • mit Schablonen • mit dem Geobrett • mit dem Lineal
E.1.2	Du stellst geometrische Körper aus unterschiedlichen Materialien her und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Körper. • nach einer Faltanleitung (von 2D nach 3D) • frei Hand – Vollmodell



Raumorientierung – Mittelstufe

A.2	Du beschreibst eine Position im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
A.2.2	Du beschreibst die Position von Objekten zu Objekten und nutzt die topologischen Begriffe.
A.2.3	Du beschreibst ein Objekt aus verschiedenen Blickwinkeln, versetzt dich in die Position eines anderen hinein und beschreibst dessen Blickwinkel.
A.2.4	Du beschreibst einen Weg oder einen Bauplan so deutlich, dass andere ihn nachvollziehen können (Würfelgebäude, Pläne).
A.2.5	Du beschreibst die Lage von Objekten anhand von bildlichen Darstellungen (Lageskizzen, Stadtplänen, Karten, Bauplänen) und fertigst einen Plan für andere an. >>>
A.2.6	Du findest den Weg anhand einer Beschreibung oder eines Plans.



Raumorientierung – Mittelstufe

B.2	Du erzeugst und beschreibst mit geometrischen Objekten eine Bewegung im Raum und in der Ebene.
	Verschiebung, Spiegelachse(n), Drehung, Punktspiegelung
B.2.1	Du identifizierst symmetrische Figuren, indem du die Spiegelachse(n) und/oder das Symmetriezentrum angibst. • punktsymmetrische Figuren
B.2.2	Du erzeugst (stellst ... her) und zeichnest deckungsgleiche Figuren und begründest deine Vorgehensweise durch die Konstruktionsregel. • Verschiebung • Spiegelachse(n) • Drehung • Punktspiegelung
B.2.3	Du legst, baust oder zeichnest verschiedene Muster durch Spiegelung, Drehung oder Verschiebung, z.B. Bandornamente oder Parkettierungen.
B.2.4	Du erzeugst Vergrößerungen-Verkleinerungen von Figuren und zeichnest sie. Du begründest deine Vorgehensweise durch die Konstruktionsregel.
B.2.5	Du erklärst die Beziehungen zwischen ebenen Figuren, indem du Verschiebungen nutzt, um aus einer allgemeinen Figur eine speziellere Figur entstehen zu lassen, die alle Eigenschaften der allgemeinen Figur beibehält und zusätzlich eine weitere Eigenschaft besitzt.



Geometrische Figuren – Mittelstufe

C.2	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat
C.2.1	Du erkennst und benennst ebene Figuren in Alltagsgegenständen.
C.2.2	Du vergleichst Eigenschaften ebener Figuren, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen den ebenen Figuren beschreibst. • Dreieck • Viereck, Rechteck, Quadrat
C.2.3	Du konstruierst zusammengesetzte Figuren aus einfachen Figuren und nutzt die geometrischen Eigenschaften.
C.2.4	Du sortierst ebene Figuren nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften und begründest deine Zuordnung. • Länge der Seiten
C.2.5	Du sortierst ebene Figuren nach den Eigenschaften ihrer Seiten (Länge, Parallelität, senkrecht) und ihrer Winkel (gleiche/isometrische Winkel), begründest deine Zuordnung und beschreibst die Figuren mit ihren Mindesteigenschaften.



Geometrische Figuren – Mittelstufe

C.2.6	Du erkennst und benennst die verschiedenen Winkelarten und kannst sie zeichnen. • spitzer, rechter und stumpfer Winkel
C.2.8	Du vergleichst und benennst verschiedene Linienarten: Gerade, Strecke, gebogene und gebrochene Linie und setzt dieses Wissen bei den Flächen ein.
C.2.9	Du sortierst Figuren entsprechend ihrer Eigenschaften (Seiten und Winkel; Mittellinien, Diagonalen, Symmetrien → Synthese). • Vierecke



Geometrische Figuren – Mittelstufe

D.2	Du vergleichst Eigenschaften geometrische Körper und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Polyeder, Nicht-Polyeder, Quader, Würfel, Pyramide, Kreiszylinder, Kugel
D.2.1	Du vergleichst Eigenschaften von Körpern, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen ihnen beschreibst. • Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle), • Nicht-Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle) • Quader, Würfel, Pyramide, Kreiszylinder, Kugel >>>
D.2.2	Du ordnest geometrische Körper Alltagsgegenständen zu. >>>
D.2.3	Du konstruierst zusammengesetzte Körper aus einfachen Körpern und nutzt die geometrischen Eigenschaften.
D.2.4	Du sortierst die Körper nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften. • zusammengesetzt nur aus ebenen Flächen/ teilweise aus gekrümmten Flächen • Anzahl Ecken, Flächen, Kanten



Geometrische Figuren – Mittelstufe

E.2	Du konstruierst geometrische Objekte mit angepassten Werkzeugen.
E.2.1	Du erstellst ebene Figuren und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Figuren. • mit dem Geobrett • mit dem Lineal • mit dem Geodreieck
E.2.1	Du stellst geometrische Körper aus unterschiedlichen Materialien her und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Körper. • nach einer Faltanleitung (von 2D nach 3D) • frei Hand - Vollmodell • Kantenmodell • Flächenmodell



Raumorientierung – Oberstufe

A.3	Du beschreibst eine Position im Raum (dreidimensional) und in der Ebene (zweidimensional).
A.3.4	Du beschreibst einen Weg oder einen Bauplan so deutlich, dass andere ihn nachvollziehen können (Würfelgebäude, Pläne).
A.3.5	Du beschreibst die Lage von Objekten anhand von bildlichen Darstellungen (Lageskizzen, Stadtplänen, Karten, Bauplänen) und fertigst einen Plan für andere an.
A.3.6	Du findest den Weg anhand einer Beschreibung oder eines Plans.
A.3.7	Du orientierst dich mit Hilfe von Gitternetzen, Planquadraten und Koordinaten.



Raumorientierung – Oberstufe

B.3	Du erzeugst und beschreibst mit geometrischen Objekten eine Bewegung im Raum und in der Ebene.
	Verschiebung, Spiegelachse(n), Drehung, Punktspiegelung
B.3.2	Du erzeugst (stellst ... her) und zeichnest deckungsgleiche Figuren und begründest deine Vorgehensweise durch die Konstruktionsregel. • Verschiebung • Spiegelachse(n) • Drehung • Punktspiegelung
B.3.3	Du legst, baust oder zeichnest verschiedene Muster durch Spiegelung, Drehung oder Verschiebung, z.B. Bandornamente oder Parkettierungen.
B.3.4	Du erzeugst Vergrößerungen-Verkleinerungen von Figuren und zeichnest sie. Du begründest deine Vorgehensweise durch die Konstruktionsregel.
B.3.5	Du erklärst, wie sich durch Veränderung der Basen aus einem Prisma ein Quader und daraus ein Würfel entwickelt und welche zusätzlichen Eigenschaften jeweils dazukommen.
B.3.6	Du untersuchst Figuren (2-D und 3-D-Figuren), die durch Spiegelung, Drehung, Verschiebung, Vergrößerung, Verkleinerung entstanden sind (Ur- und Bildfigur unterscheiden; Kongruenz, Umlaufsinn).



Geometrische Figuren – Oberstufe

C.3	Du vergleichst die Eigenschaften ebener Figuren und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Viereck, Trapez, Parallelogramm, Raute, Drachenviereck, Rechteck, Quadrat, Dreieck, Dreieckarten, Vielecke, regelmäßige Vielecke, Kreis
C.3.2	Du vergleichst Eigenschaften ebener Figuren, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen den ebenen Figuren beschreibst. • Viereck, Trapez, Parallelogramm, Raute, Drachenviereck, Rechteck, Quadrat • Dreieck, Dreieckarten (nach Seiten und Winkeln) • Vielecke, regelmäßige Vielecke • Kreis
C.3.4	Du sortierst ebene Figuren nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften und begründest deine Zuordnung. • Winkel • Diagonalen • Mittellinien • Symmetrien
C.3.5	Du sortierst ebene Figuren nach den Eigenschaften ihrer Seiten (Länge, Parallelität, senkrecht) und ihrer Winkel (gleiche/isometrische Winkel), begründest deine Zuordnung und beschreibst die Figuren mit ihren Mindesteigenschaften.





Geometrische Figuren – Oberstufe

C.3.6	Du erkennst und benennst die verschiedenen Winkelarten und kannst sie zeichnen. • Nullwinkel, Vollwinkel, gestreckter Winkel, überstumpfer Winkel
C.3.7	Du nutzt die Erkenntnisse der Winkel, um Dreiecke zu benennen und begründest deine Zuordnung.
C.3.9	Du sortierst Figuren entsprechend ihrer Eigenschaften (Seiten und Winkel; Mittellinien, Diagonalen, Symmetrien, Synthese). • Dreiecke
C.3.10	Du beschreibst die Beziehungen dynamisch (z.B. mit dem Geobrett) zwischen den Vierecken und veranschaulichst diese (aus dem Blickwinkel der Seiten und Winkel, der Mittellinien und Diagonalen sowie der Symmetrien).



Geometrische Figuren – Oberstufe

D.3	Du vergleichst Eigenschaften geometrischer Körper und beschreibst Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
	Polyeder, Nicht-Polyeder, Prisma, Quader, Würfel, Pyramide, Kreiszylinder, Kegel, Kugel
D.3.1	Du vergleichst Eigenschaften von Körpern, indem du Gemeinsamkeiten und Unterschiede (optisch und taktil) zwischen ihnen beschreibst. • Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle), • Nicht-Polyeder (viele Repräsentanten - allgemeine und spezielle) • Familie der Prismen: Prisma, Quader, Würfel, Pyramide, Kreiszylinder, Kegel, Kugel
D.3.2	Du ordnest geometrische Körper Alltagsgegenständen zu.
D.3.3	Du konstruierst zusammengesetzte Körper aus einfachen Körpern und nutzt die geometrischen Eigenschaften.
D.3.4	Du sortierst die Körper nach eigenen oder vorgegebenen Eigenschaften und begründest deine Zuordnung. • zusammengesetzt nur aus ebenen Flächen/ teilweise aus gekrümmten Flächen • Anzahl Ecken, Flächen, Kanten • konvex/konkav • ohne Basis / mit einer Basis / mit zwei Basen • deckungsgleiche Basen (Familie der Prismen / Kreiszylinder) • regelmäßige Körper (platonische Körper)
D.3.5	Du beschreibst parallele, senkrechte und lotrechte Linien in Alltagsgegenständen.
D.3.6	Du beschreibst die Beziehungen dynamisch (z.B. mit Knete) zwischen den Körpern und veranschaulichst diese.



Geometrische Figuren – Oberstufe

E.3	Du konstruierst geometrische Objekte mit angepassten Werkzeugen.
E.3.1	Du erstellst ebene Figuren und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Figuren. • mit dem Geobrett • mit dem Geodreieck • mit dem Zirkel
E.3.2	Du stellst geometrische Körper aus unterschiedlichen Materialien her und beschreibst die Eigenschaften der so entstandenen Körper. • Kantenmodell • Schrägbild • Flächenmodell



	Statistik		Kombinatorik	Wahrscheinlichkeiten	
	Daten sammeln und strukturieren	Daten und Diagramme deuten	Anzahl aller Möglichkeiten/ Kombinationen bestimmen - geschicktes Zählen	Umgang mit dem Zufall - erkennen	Umgang mit dem Zufall - dokumentieren, planen, deuten
OS	<u>A.3</u>	<u>B.3</u>	<u>C.3</u>	<u>D.3</u>	<u>E.3</u>
MS	<u>A.2</u>	<u>B.2</u>	<u>C.2</u>	<u>D.2</u>	<u>E.2</u>
US	<u>A.1</u>	<u>B.1</u>	<u>C.1</u>	<u>D.1</u>	<u>E.1</u>
KG	<u>A.0</u>	<u>B.0</u>	<u>C.0</u>	<u>D.0</u>	



Statistik – Kindergarten

A.0	Du sammelst Daten und stellst sie übersichtlich dar.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang
A.0.1	Du sammelst ausreichend Daten in Alltagssituationen, um eine Forscherfrage zu beantworten. >>>
A.0.2	Du wählst und nutzt passende Veranschaulichungen, um gesammelte Daten strukturiert darzustellen (strukturiertes Zählen).



Statistik – Kindergarten

B.0	Du liest Daten aus Darstellungen und deutest sie.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang
B.0.1	Du entnimmst Informationen aus Darstellungen gesammelter Daten und erklärst, was sie bedeuten.



Kombinatorik – Kindergarten

C.0	Du entwickelst in Spiel- und Alltagssituationen angepasste Strategien, um die Anzahl aller möglichen Kombinationen zu bestimmen.
	Tabelle mit doppeltem Eingang, Baumdiagramm
C.0.1	Aus einer Spiel- oder Sachsituationen beschreibst du konkret verschiedene Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten von Elementen. Du nutzt konkretes Material oder Darstellungen entsprechend der Situation.
C.0.2	Du entwickelst Strategien mit konkretem Material, um systematisch alle Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten der Elemente zu ermitteln und begründest deine Vorgehensweise.



Wahrscheinlichkeiten – Kindergarten

D.0	Du bestimmst und beschreibst zufällige Ereignisse in deiner Lebenswelt.
	unmöglich, möglich, sicher
D.0.1	Du bewertest zufällige Ereignisse aus Alltagssituationen mit den Wahrscheinlichkeitsbegriffen „unmöglich, möglich, sicher“.



Statistik – Unterstufe

A.1	Du sammelst Daten und stellst sie übersichtlich dar.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang
A.1.1	Du sammelst zahlreiche Daten in Alltagssituationen, um eine Forscherfrage zu beantworten. >>>
A.1.2	Du wählst und nutzt passende Veranschaulichungen, um gesammelte Daten strukturiert darzustellen (strukturiertes Zählen). >>>



Statistik – Unterstufe

B.1	Du liest Daten aus Darstellungen und deutest sie.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang
B.1.1	Du ziehst aus einer Darstellung von gesammelten Daten Schlüsse und setzt diese in Verbindung mit der Ausgangsfrage.



Kombinatorik – Unterstufe

C.1	Du entwickelst in Spiel- und Alltagssituationen angepasste Strategien, um die Anzahl aller möglichen Kombinationen zu bestimmen.	
	Tabelle mit doppeltem Eingang, Baumdiagramm	
C.1.1	Aus einer Spiel- oder Sachsituationen beschreibst du verschiedene Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten von Elementen. Du nutzt konkretes Material oder Darstellungen entsprechend der Situation.	
C.1.2	Du entwickelst Strategien mit konkretem Material, um systematisch alle Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten der Elemente zu ermitteln und begründest deine Vorgehensweise.	



Wahrscheinlichkeiten – Unterstufe

D.1	Du bestimmst und beschreibst zufällige Ereignisse in deiner Lebenswelt.	
	unmöglich, möglich, sicher	
D.1.1	Du beschreibst zufällige Ereignisse aus Alltagssituationen und bewertest sie mit den Wahrscheinlichkeitsbegriffen „unmöglich, möglich, sicher“.	
D.1.2	Du gibst Beispiele für Ereignisse, die unmöglich, möglich oder sicher sind und erklärst, warum sie so eingeordnet werden.	



Wahrscheinlichkeiten – Unterstufe

E.1	Du dokumentierst Zufallsexperimente, beschreibst deren Ergebnisse und deutest sie.
	Strichliste, Tabelle mit doppeltem Eingang
E.1.1	Du führst Zufallsexperimente durch und dokumentierst deren Verlauf.



Statistik – Mittelstufe

A.2	Du sammelst Daten und stellst sie übersichtlich dar.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang, Streifendiagramm
A.2.1	Du sammelst zahlreiche Daten (konkret, bildlich, symbolisch) in Alltagssituationen, um eine Forscherfrage zu beantworten.
A.2.2	Du wählst und nutzt passende Veranschaulichungen, um gesammelte Daten strukturiert darzustellen (strukturiertes Zählen).



Statistik – Mittelstufe

B.2	Du liest Daten aus Darstellungen und deutest sie.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang, Streifendiagramm
B.2.1	Du ziehst aus einer Darstellung von gesammelten Daten Schlüsse und setzt diese in Verbindung mit der Ausgangsfrage.
B.2.2	Du bestimmst aus einer Darstellung den „häufigsten Wert“ (Modalwert) und deutest ihn passend zur Situation.
B.2.3	Du bestimmst aus einer Darstellung die „absolute Häufigkeit“ und deutest diese passend zur Situation.
B.2.8	Du hinterfragst Darstellungen von Daten und prüfst, ob die Schlussfolgerungen daraus nachvollziehbar und begründet sind.



Kombinatorik – Mittelstufe

C.2	Du entwickelst in Spiel- und Alltagssituationen angepasste Strategien, um die Anzahl aller möglichen Kombinationen zu bestimmen.
	Tabellen mit doppeltem Eingang, Baumdiagramme
C.2.1	Du beschreibst verschiedene Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten von Elementen in Spiel- oder Sachsituationen. Du nutzt konkretes Material oder Darstellungen entsprechend der Situation.
C.2.2	Du entwickelst Strategien mit konkretem Material, um systematisch alle Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten der Elemente zu ermitteln und begründest deine Vorgehensweise. 
C.2.3	Du erklärst, wie du deine Strategie zur Bestimmung von allen Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten auf ähnliche und oder erweiterte Beispiele anpassen kannst.
C.2.4	Du bestimmst die Anzahl der Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten anhand der Multiplikation und begründest deine Vorgehensweise.



Wahrscheinlichkeiten – Mittelstufe

D.2	Du bestimmst und beschreibst zufällige Ereignisse in deiner Lebenswelt.
	Einfache Verhältnisse
D.1.1	Du beschreibst zufällige Ereignisse aus Alltagssituationen und gibst an, wie wahrscheinlich sie sind, indem du sie als einfache Verhältnisse ausdrückst.
D.2.2	Du gibst Beispiele für zufällige Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit einfache Verhältnisse sind und erklärst, warum sie so eingeordnet werden.



Wahrscheinlichkeiten – Mittelstufe

E.2	Du dokumentierst, planst Zufallsexperimente; du beschreibst deren Ergebnisse und deutest sie.	
	Strichliste, Tabelle mit doppeltem Eingang, einfache Verhältnisse	
E.2.1	Du führst Zufallsexperimente durch und dokumentierst deren Verlauf.	
E.2.2	Du nutzt deine Erkenntnisse aus Zufallsexperimenten, um Vorhersagen für ähnliche oder erweiterte Experimente zu treffen.	
E.2.3	Du planst ein einfaches Zufallsexperiment mit den möglichen Ergebnissen, die auftreten können.	



Statistik – Oberstufe

A.3	Du sammelst Daten und stellst sie übersichtlich dar.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang, Streifendiagramm
A.3.1	Du sammelst zahlreiche Daten in Alltagssituationen, um eine Forscherfrage zu beantworten.
A.3.2	Du wählst und nutzt passende Veranschaulichungen, um gesammelte Daten strukturiert darzustellen (strukturiertes Zählen).



Statistik – Oberstufe

B.3	Du liest Daten aus Darstellungen und deutest sie.
	Strichliste, Stabdiagramm, Tabelle mit doppeltem Eingang, Streifendiagramm
B.3.1	Du ziehst aus einer Darstellung von gesammelten Daten Schlüsse und setzt diese in Verbindung mit der Ausgangsfrage. >>>>
B.3.2	Du bestimmst aus einer Darstellung den „häufigsten Wert“ und deutest ihn passend zur Situation. >>>>
B.3.3	Du bestimmst aus einer Darstellung die „absolute Häufigkeit“ und deutest diese passend zur Situation.
B.3.4	Du bestimmst aus einer Darstellung die „relative Häufigkeit“ und deutest diese passend zur Situation.
B.3.5	Du bestimmst aus einer Darstellung den „Zentralwert“ und deutest ihn passend zur Situation.
B.3.6	Du bestimmst aus einer Darstellung den „Mittelwert / Durchschnitt“.
B.3.7	Du reflektierst gesammelte Daten kritisch und errechnest sinnbezogen passende besondere Werte (z.B. Durchschnitt, relative Häufigkeit).
B.3.8	Du hinterfragst Darstellungen von Daten und prüfst, ob die Schlussfolgerungen daraus nachvollziehbar und begründet sind. >>>>



Kombinatorik – Oberstufe

C.3	Du entwickelst in Spiel- und Alltagssituationen angepasste Strategien, um die Anzahl aller möglichen Kombinationen zu bestimmen.
	Baumdiagramm
C.3.1	Du beschreibst verschiedene Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten von Elementen in Spiel- oder Sachsituationen. Du nutzt konkretes Material oder Darstellungen entsprechend der Situation.
C.3.2	Du entwickelst Strategien mit konkretem Material, um systematisch alle Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten der Elemente zu ermitteln und begründest deine Vorgehensweise.
C.3.3	Du erklärst, wie du deine Strategie zur Bestimmung von allen Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten auf ähnliche und oder erweiterte Beispiele anpassen kannst. 
C.3.4	Du bestimmst die Anzahl der Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten anhand der Multiplikation und begründest deine Vorgehensweise.
C.3.5	Zu vorgegebenen Multiplikationen oder Strategien kannst du verschiedene Anordnungen/Auswahlmöglichkeiten von Elementen in Spiel- oder Sachsituationen beschreiben.



Wahrscheinlichkeiten – Oberstufe

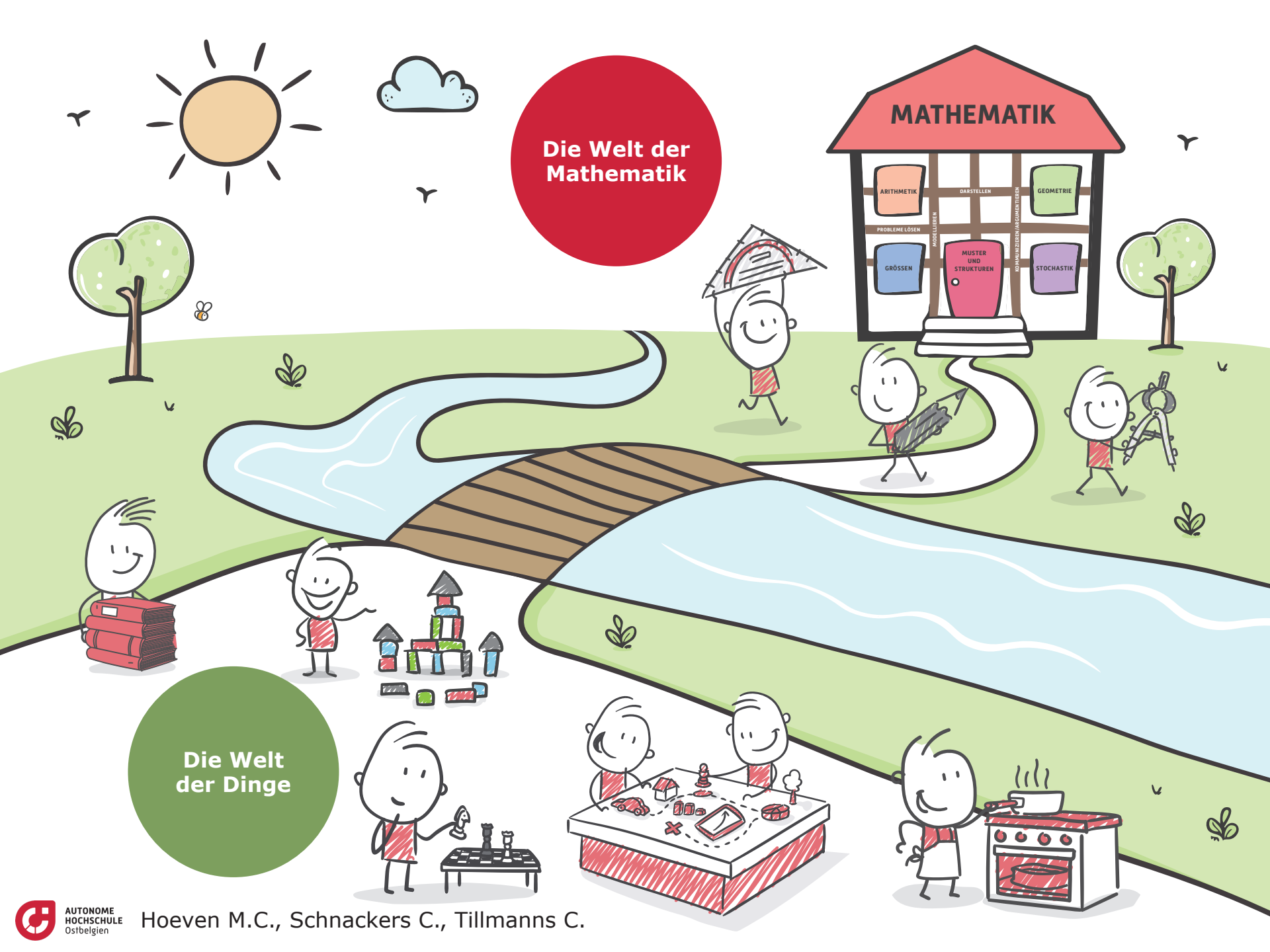
D.3	Du bestimmst und beschreibst zufällige Ereignisse in deiner Lebenswelt.
------------	--

D.3.2	Du beschreibst Ereignisse mit zufälligem Ergebnis aus deiner Lebenswelt.
-------	--



Wahrscheinlichkeiten – Oberstufe

E.3	Du planst Zufallsexperimente, beschreibst deren Ergebnisse und deutest sie.
	Komplexere Verhältnisse als Bruch und Prozente
E.3.1	Du dokumentierst den Verlauf und die Ergebnisse von Zufallsexperimenten und vergleichst diese mit deiner vorherigen Einschätzung der Wahrscheinlichkeiten (als Bruch und/oder in Prozente).
E.3.2	Du nutzt deine Erkenntnisse aus Zufallsexperimenten, um Vorhersagen für ähnliche oder erweiterte Experimente zu treffen.
E.3.3	Du planst Zufallsexperimente zu vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten und überlegst dir, wie du diese untersuchen und dokumentieren möchtest. 



Die Welt der
Mathematik

MATHEMATIK

ARITHMETIK

DARSTELLEN

GEOMETRIE

PROBLEME LÖSEN

GRÖSSEN

MUSTER UND
STRUKTUREN

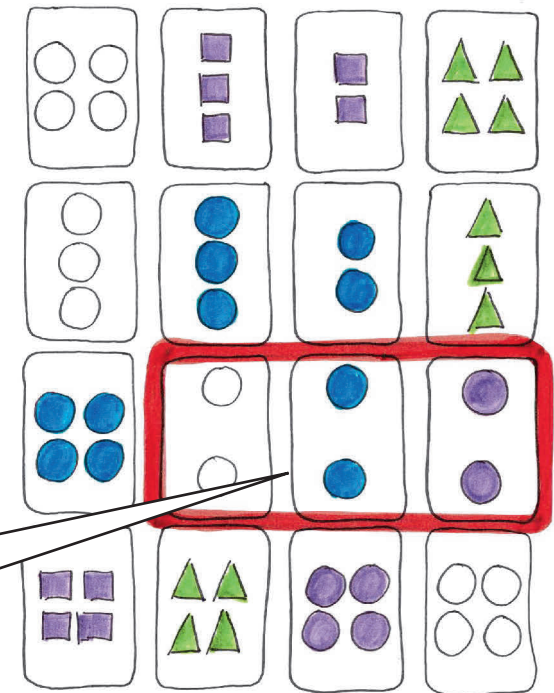
STOCHASTIK

Die Welt
der Dinge

Beispiele **Arithmetik**

Legt zunächst 4 Reihen mit je 4 Karten aus dem Kartensatz offen auf den Tisch.
Die Karten unterscheiden sich in Form, Farbe, Muster und Anzahl.
Jetzt seid ihr dran: Sucht Tripel!
Das heißt, ihr sucht jeweils 3 Karten, die ein gemeinsames Merkmal haben. Wenn du ein Tripel findest, sag laut Bescheid, erkläre deine Auswahl und nimm dir die drei Karten.
Anschließend werden neue Karten nachgelegt, sodass wieder 16 Karten auf dem Tisch liegen. Am Ende gewinnt derjenige von euch, der die meisten Karten gesammelt hat.

Zahl: immer 2
oder
Form: immer Kreise



Material

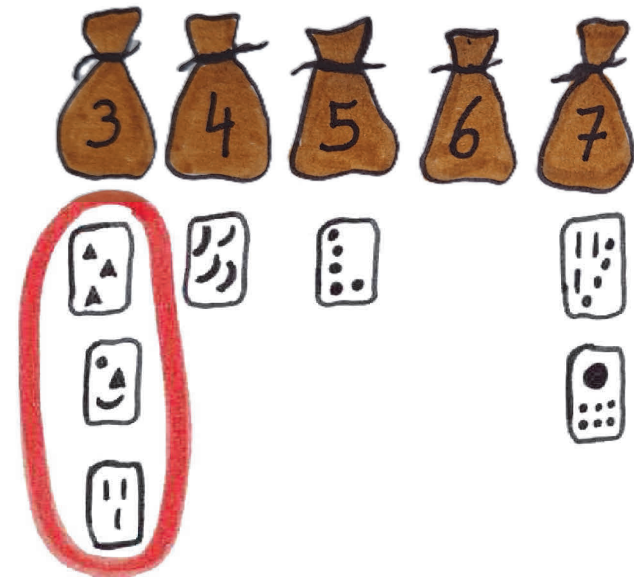
- Karten mit unterschiedlichen Merkmalen: Form, Farbe, Muster, Anzahl (maximal 4)

Variationen

- Merkmal z.B. passend zum Wochenthema
- 4 Karten mit einem gemeinsamen Merkmal finden: „Quadrupel“ suchen

Bemerkungen/Notizen

Spielt in einer Gruppe von 4 bis 6 Personen. Verteilt alle Spielkarten gleichmäßig unter euch, sodass jeder den gleichen Stapel hat. Dann deckt ihr gleichzeitig eure erste Karte auf. Der Spieler mit der kleinsten Zahl beginnt. Lege deine Karte unter das passende Säckchen mit dem gleichen Zahlenwert auf dem Tisch. Danach ist der nächste Spieler an der Reihe. Auch er legt seine Karte unter das Säckchen mit der entsprechenden Zahl. Ein Beispiel: Unter dem Säckchen mit der Zahl 3 liegen bereits zwei Karten. Wenn du jetzt ebenfalls eine Karte mit der Zahl 3 ablegst, darfst du alle drei Karten nehmen. So geht es reihum weiter, bis alle Karten gespielt wurden. Gewonnen hat am Ende der Spieler, der die meisten Karten gesammelt hat.



Material

- Nummerierte Säckchen; min. 5 Beutel liegen in aufsteigender Reihenfolge in der Mitte des Tisches
- Karten mit unterschiedlichen Zahlendarstellungen

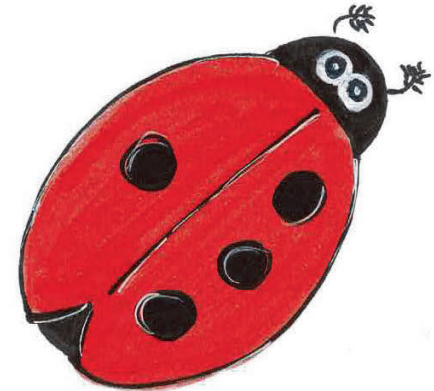
Variationen

- Zahlenraum erweitern
- Zahlendarstellungen auf den Karten
- die Kinder spielen mit einem verdeckten Kartenstapel oder offenen Karten
- die Kinder legen 1 oder 2 Karten ab.
- die Anzahl Säckchen auf dem Tisch
- auf den Säckchen stehen Ziffern oder andere Zahlendarstellungen
- die Säckchen werden geordnet oder nicht geordnet

Bemerkungen/Notizen

Hilf jedem Marienkäfer, seine Punkte zu bekommen.

Ergänze die fehlenden Punkte auf einer Seite, sodass beide Flügel gleich aussehen.



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Greif mit deinen Händen in die Dose und ziehe Gegenstände heraus.

Mit welcher Hand hast du mehr Gegenstände herausgezogen?



Material

- Dosen mit jeweils einer Art Gegenständen z.B. Bonbons, Bügelperlen, Plättchen...

Variationen

- Vergleich von zwei Mengen:
- Verschiedenartige Gegenstände (Bonbons und Stifte)
- Anzahl der Gegenstände (größere/kleinere Zahlenräume)
- Mit/ohne Strategievorgabe (1-zu-1- Zuordnung, Zählen, ...)
- Nutzung der mathematischen Symbole ($<$, $>$, $=$)
- Angabe um wie viel größer/kleiner

Bemerkungen/Notizen

Wählt zuerst aus, ob ihr mit einem, zwei oder drei Kartensätzen spielen möchtet.

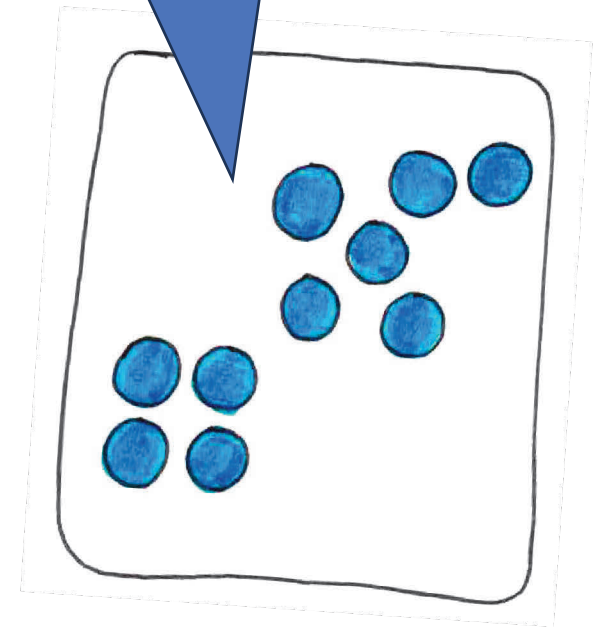
Dann geht's los: Ein Spieler deckt eine Karte auf.

Jetzt zählt so schnell ihr könnt: Wie viele Objekte sind auf der Karte zu sehen?

Der Spieler, der die richtige Anzahl am schnellsten nennt, erklärt kurz, wie er darauf gekommen ist und erhält die Karte.

Nach einer vorher festgelegten Zeit gewinnt derjenige, der die meisten Karten gesammelt hat.

Ich sehe schnell 4 und 5,
denn es sind die
Würfelbilder der Zahlen.
Dann bleibt noch ein
Punkt oben rechts übrig.
Es sind also 10.



Material

- Kartensatz 1: einfarbige Punktebilder
- Kartensatz 2: bunte Punktebilder
- Kartensatz 3: Würfelbilder

(Castel et al., 2019)

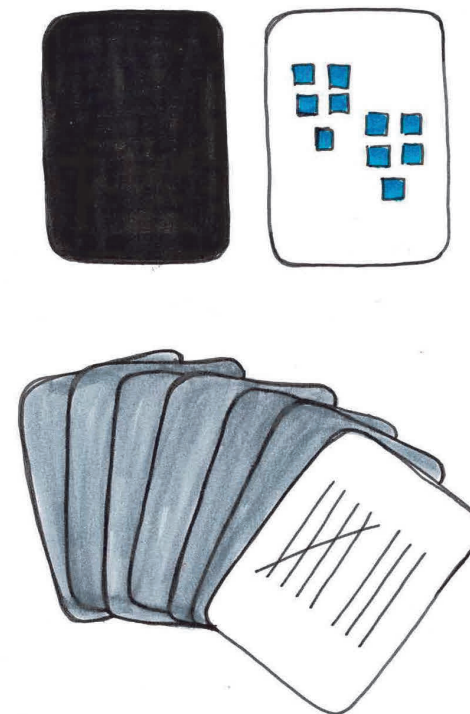
Variationen

- Kartensätze:
 - verschiedenartige Objekte (gleicher/unterschiedlicher Größe)
 - Fingerbilder
 - Zahlzerlegungen mit Fingerbildern
- Nimm dieselbe Anzahl Plättchen wie auf der Karte und ordne die Plättchen so an, dass die Anzahl schnell erfasst werden kann.

Bemerkungen/Notizen

- *Weitere Spielmöglichkeiten*
Erweiterung auf Operationen: Schreibe eine passende Aufgabe (mit passenden Zahlen) zu dem auf, was du auf der Karte gesehen hast.

Jeder von euch bekommt zu Beginn sieben Karten. Die restlichen Karten legt ihr als verdeckten Stapel in die Mitte. Dreht die oberste Karte vom Stapel um und legt sie offen daneben – das ist euer Ablagestapel. Der erste Spieler darf eine Karte ablegen. Die Karte muss entweder die gleiche Farbe, die gleiche Zahl oder das gleiche Symbol haben wie die oberste Karte auf dem Ablagestapel. Wenn du dazu keine passende Karte hast, musst du eine Karte vom verdeckten Stapel ziehen. Wenn die neue Karte passt, darfst du sie direkt ablegen. Sobald du nur noch eine Karte auf der Hand hast, musst du laut „Uno!“ rufen! Gewonnen hat, wer als Erster keine Karten mehr auf der Hand hat.



Material

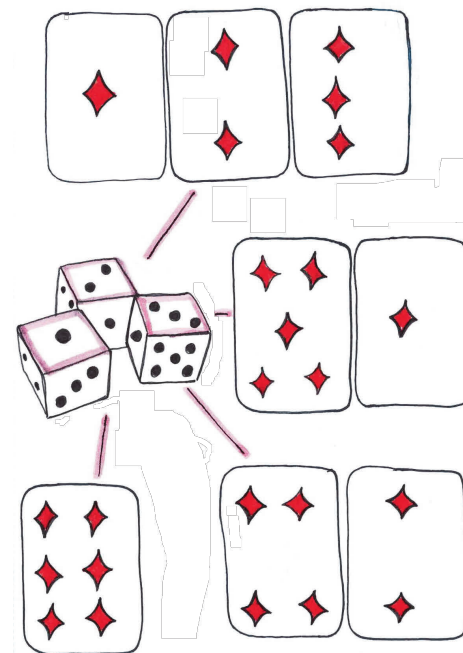
- Kartensatz mit verschiedenen Zahldarstellungen

Variationen

- Kartensätze mit anderen Zahldarstellungen
- Anzahl Zahldarstellungen reduzieren

Bemerkungen/Notizen

Jeder Spieler hat 16 Zahlenkarten.
Der erste Spieler wirft alle drei Würfel und bestimmt die Augenzahl der drei Würfel.
Nun muss er das gleiche Ergebnis mit einer Auswahl seiner Karten erzielen.
Diese Karten werden bei Seite gelegt (max. 3 Karten gleichzeitig).
Nun ist der nächste Spieler an der Reihe. Der Spieler, der am Ende keine Karten mehr besitzt, gewinnt.



Material

- 3 Würfel
- 2 normale Kartenspiele (es reichen die Zahlenkarten)

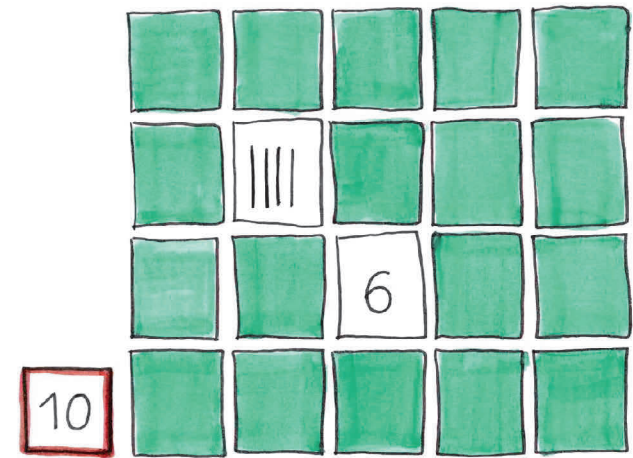
Variationen

- Variation des Zahlenraumes (Anzahl Würfel)
- Partner- oder Gruppenspiel
- Additions- und Subtraktionsaufgaben

Bemerkungen/Notizen

Das Spiel wird mindestens zu zweit gespielt. Mischt alle Karten gut und legt sie mit der Bildseite nach unten auf den Tisch. Ein Spieler beginnt und deckt nacheinander zwei Karten auf. Ergeben die beiden Karten zusammen die Zahl 10, darfst du dir dieses Zahlenpaar nehmen und noch einmal zwei Karten aufdecken.

Du darfst so lange weiterspielen, bis du zwei Karten aufdeckst, die keine Zerlegung der 10 ergeben. Dann werden diese beiden Karten wieder umgedreht und der nächste Spieler ist an der Reihe. Wer am Ende die meisten Zehnerpaare gesammelt hat, gewinnt das Spiel!



Material

- Karten mit verschiedenen Zahldarstellungen
- Karte mit der Zahlensiffer 10

Variationen

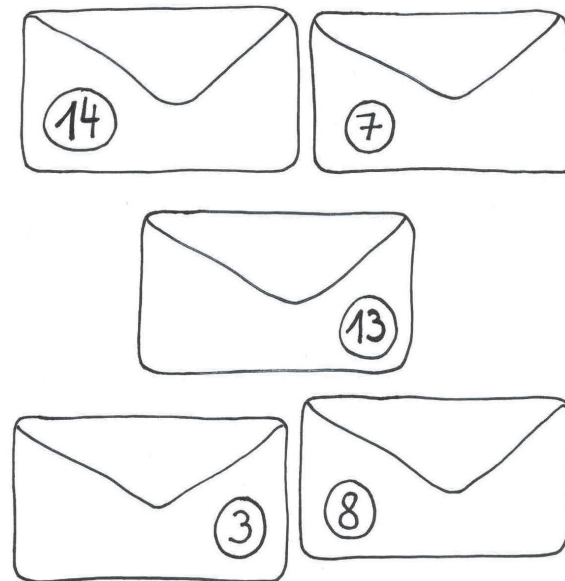
- Drei Karten aufdecken (drei Zerlegungszahlen)
- Andere Zerlegungszahlen z.B. 12 oder 20
- Memory mit unterschiedlichen Zahldarstellungen

Bemerkungen/Notizen

Es wurden zehn Zahlenkarten in fünf Briefumschläge gesteckt.
In jedem Umschlag liegen zwei Zahlenkarten.
Auf dem Umschlag steht die Summe der beiden Zahlen.

Finde heraus, welche Zahlenkarten in welchem Umschlag stecken!
Erkläre genau, wie du vorgehst, um das herauszufinden.

Kannst du noch andere Lösungen finden?
Wie kannst du sicher sein, dass du alle Lösungen hast?



Material

- 5 Briefumschläge
- Zahlenkarten mit den Zahlen von 0-9

(Hacker et al., 2021)

Variationen

Erfinde anschließend dein eigenes Rätsel:
Lege in jeden Umschlag wieder zwei
Zahlenkarten und schreibe die Summe auf
den Umschlag.
Ist dein Rätsel eindeutig lösbar oder gibt es
mehrere Möglichkeiten?

Bemerkungen/Notizen

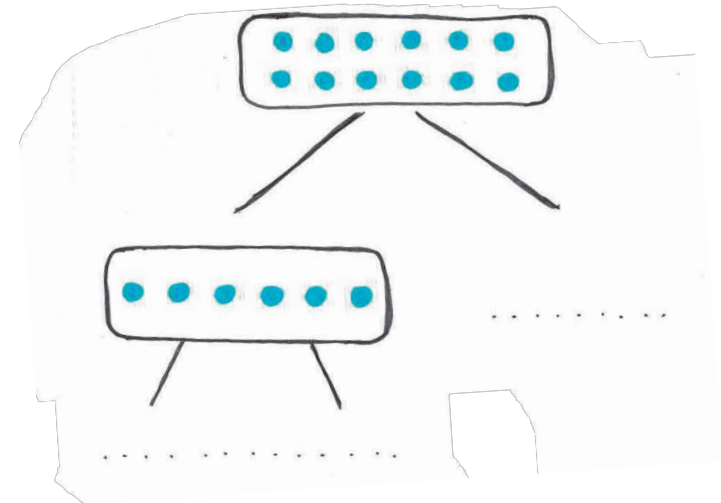
Diese Aufgabe ist auch für die Mittelstufe
geeignet.

Zerlege die 12er Menge in 2 gleich große Teilmengen.

Zerlege alle Teilmengen, die du findest, weiter in 2.

Wie weit kommst du?

Arbeite mit konkretem Material, zeichne die Zerlegungen mithilfe eines Baumdiagrammes und schreibe neben jede Zerlegung die passende Rechnung.



Material

- Konkretes Material; Alltagsmaterial und/oder strukturiertes Material (Zwanzigerfeld, Wohnungskärtchen...)

Variationen

- Menge in 3, 4, 5, 6 gleich große Teilmengen aufteilen
- Grundmenge variieren, mit Zahlen arbeiten, die viele Teiler besitzen
- Mit Zahlen arbeiten, die wenig Teiler besitzen
- Die Zerlegungsbäume miteinander vergleichen und mathematische Strukturen davon ableiten

Bemerkungen/Notizen

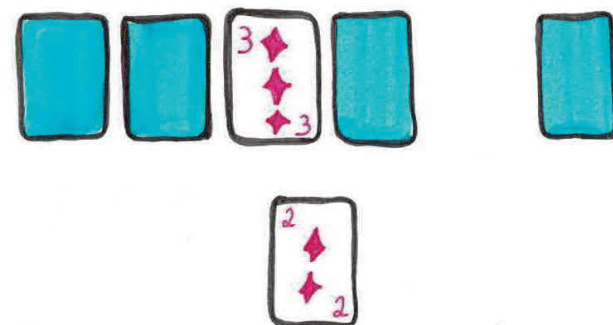
- Vorbereitung auf die Primfaktorenzerlegung

Mische deine Karten und lege sie, mit der Rückseite nach oben, als Linie vor dir aus.

Nun drehe eine beliebige Karte um, z.B. die fünfte Karte, die eine „3“ ist.

Lege die Karte „3“ an dritter Stelle und nimm die Karte, die dort liegt weg.

Setze diese Vorgehensweise fort, bis alle Karten in der richtigen Reihenfolge vor dir liegen.



Material

- Kartenspiel

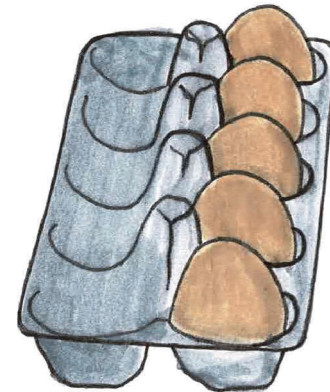
Variationen

- Zahlenraum erweitern
- Partnerspiel im Zahlenraum 10. Zwei Karten werden bei jedem Zug umgedreht und müssen nach ihrer Ordinalität getauscht werden, sodass die Spielkarten, mit möglichst wenig Spielzügen, in aufsteigender Reihenfolge gelegt werden.
- „6 nimmt“ (Zahlenraum bis 100)

Bemerkungen/Notizen

Notiere eine Rechenaufgabe zu einer konkreten Situation.

Übertrage deine Rechnung ins Zwanzigerfeld.



○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

Material

- Alltagsmaterial wie Würfel, Eierdosen, Socken, Hände/Finger, Spiegel...
- strukturiertes Material wie Zwanzigerfeld

Variationen

- Konkretes Material strukturiert legen; mithilfe eines Spiegels die Verdopplung bestimmen.
- Umkehrung der Aufgabe: Suche in deiner Umgebung repräsentative Situationen für Verdopplungen.

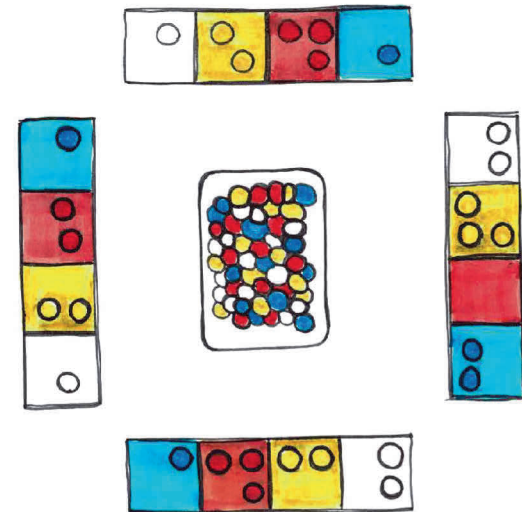
Bemerkungen/Notizen

Spielt das Spiel mindestens zu zweit, maximal zu viert. Jeder Spieler erhält eine Sammelkarte. Versucht nun so viele Edelsteine wie möglich zu sammeln.

Würfelt nacheinander und nehmt euch entsprechend der Augenzahl weiße Edelsteine aus der Truhe. Sobald ihr vier weiße Edelsteine gesammelt habt, tauscht ihr diese gegen einen gelben Edelstein aus.

Ihr müsst also jeweils vier Steine einer selben Farbe gebündelt zurückgeben, um einen Stein nächsthöherer Wertigkeit zu erhalten.

Das Spiel endet nach 15 Minuten.



Material

- jeweils 13 blaue, rote, gelbe, weiße „Edelsteine“
- eine „Schatzkiste“
- ein Würfel
- eine Sammelkarte pro Mitspieler

(Franke, 2020)

Variationen

- Nutzung anderer Bündelungen (5, 6, 10, ...)
- Das konkrete Material in eine symbolische Schreibweise übertragen
- Erweiterung des Spieles durch neue Edelsteine

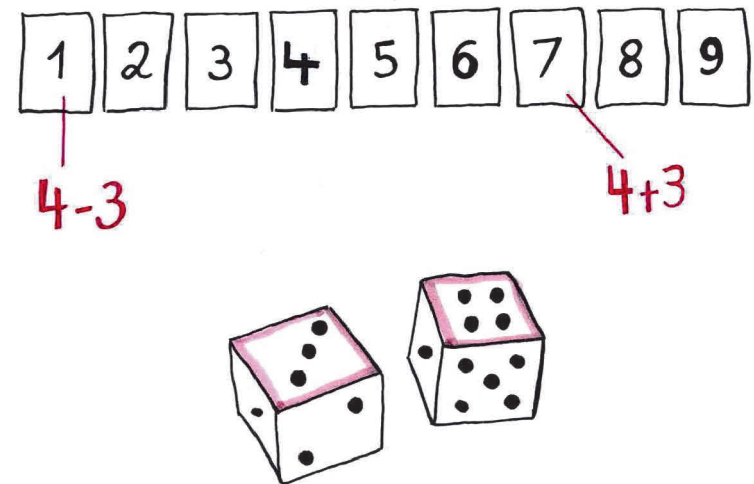
Bemerkungen/Notizen

- Sicherungsphase im Plenum vorsehen: Spielstand besprechen, Wertigkeit der Bündelungseinheiten und der erspielten Edelsteine besprechen.
- Die Anzahl verwendeter Ziffern ändert je nach Bündelung. Für die Viererbündelung zum Beispiel werden nur die Ziffern 0,1,2 und 3 benötigt. Diese mathematischen Fragestellungen können mit den Kindern besprochen und erläutert werden.

Legt die Zahlenkarten von 1 bis 9 in aufsteigender Reihenfolge offen vor euch hin. Ihr spielt abwechselnd, also nacheinander.

Der Spieler, der gerade dran ist, wirft beide Würfel gleichzeitig. Er darf die gewürfelten Zahlen addieren oder subtrahieren.

Beispiel: Wenn ihr eine 3 und eine 4 würfelt, könnt ihr entweder $3 + 4 = 7$ oder $4 - 3 = 1$ rechnen. Dann dreht der Spieler die Zahlenkarte mit dem Ergebnis um – also entweder die 7 oder die 1. Euer Ziel ist es, als Erster alle eure Karten umzudrehen. Wer das zuerst schafft, gewinnt das Spiel!



Material

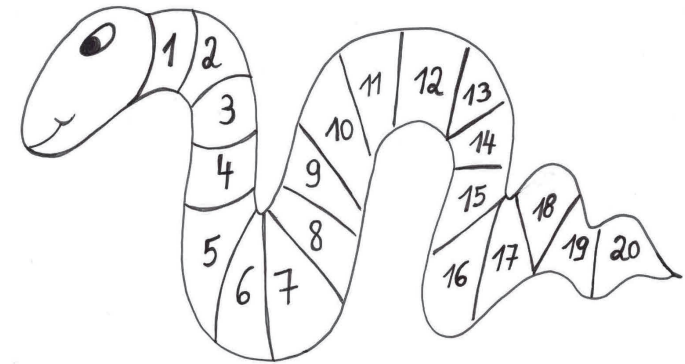
- 2 Würfel
- Zahlenkarten 1-9

Variationen

- Zahlenraum reduzieren bzw. erweitern
- Partner- oder Gruppenspiel
- Verschriftlichung der Operation
- Zahlendarstellung z.B. Würfelbilder

Bemerkungen/Notizen

Ihr würfelt nacheinander und kombiniert die Würfel zu einer Rechenoperation. Dann legt ihr einen Spielstein auf das Feld mit dem Ergebnis. Ist das Feld schon von einem anderen Spieler besetzt, dürft ihr dessen Spielstein durch euren eigenen ersetzen. Liegt auf dem Feld bereits einer eurer Spielsteine, könnt ihr einen weiteren Spielstein darauflegen – so entsteht eine Dame. Ist das Feld aber schon von einer Dame besetzt, darf kein weiterer Spielstein abgelegt werden. Gewonnen hat, wer als Erster alle seine Spielsteine abgelegt hat.



Material

- Spielvorlage Schlange
- 10 Spielsteine je Farbe
- 2-4 Würfel (mit Ziffern, Würfelbildern, Punktefeldern...)

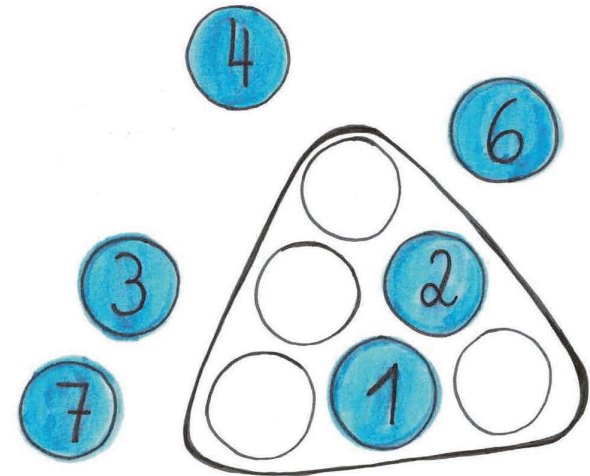
Variationen

- Variation des Zahlenraumes (bis 10, über 20...)
- Die Anzahl Würfel und die Anzahlen auf den Seiten der Würfel können frei bestimmt werden.

Bemerkungen/Notizen

Setze drei Spielsteine so ein, dass die Summe der drei Zahlen jeder Seite jeweils gleich groß sind.

Drei Eckzahlen und die Seitensumme sind vorgegeben.



Material

- „Zauberdreieck“ als Spielplan
- 10 Spielsteine (Kärtchen) mit den Zahlen 1 bis 10
- Aufgabenkarten
- Wendeplättchen

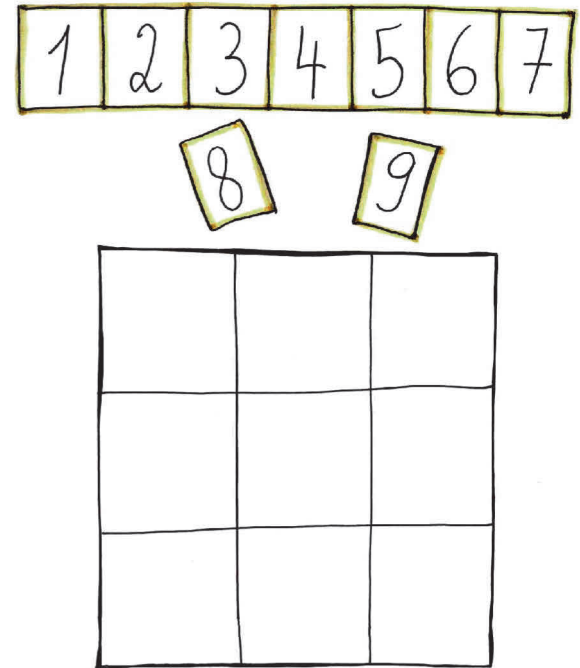
(Metzner, 2006)

Variationen

- Siehe PDF-Anleitung „Das Zauberdreieck“
- Zahlen ganz oder teilweise durch konkretes Material ersetzen.

Bemerkungen/Notizen

Ordne die Zahlen von 1 bis 9 in einem Quadrat so an, dass die Summe aller Zahlen in jeder Zeile, jeder Spalte und auf beiden Diagonalen immer gleich ist.



Material

- Spielfeld „Magisches Quadrat“
- Zahlenkarten

Variationen

- Punktekarten für die Zahlen von 1 bis 9
- Vorgabe der Summe 15
- Die Felder des magischen Quadrates werden vorgegeben.
- Vollständig ausgefüllte magische Quadrate werden auf ihre Richtigkeit überprüft.
- Was verändert sich, wenn jede Zahl im magischen Quadrat um 1 größer wird. Bleibt das Quadrat magisch?
- Was verändert sich, wenn jede Zahl im magischen Quadrat mit 2 multipliziert wird. Bleibt das Quadrat magisch?

Bemerkungen/Notizen

Wer hat mehr gesammelt?



Wer hat die meisten Kastanien?

Schätzt!

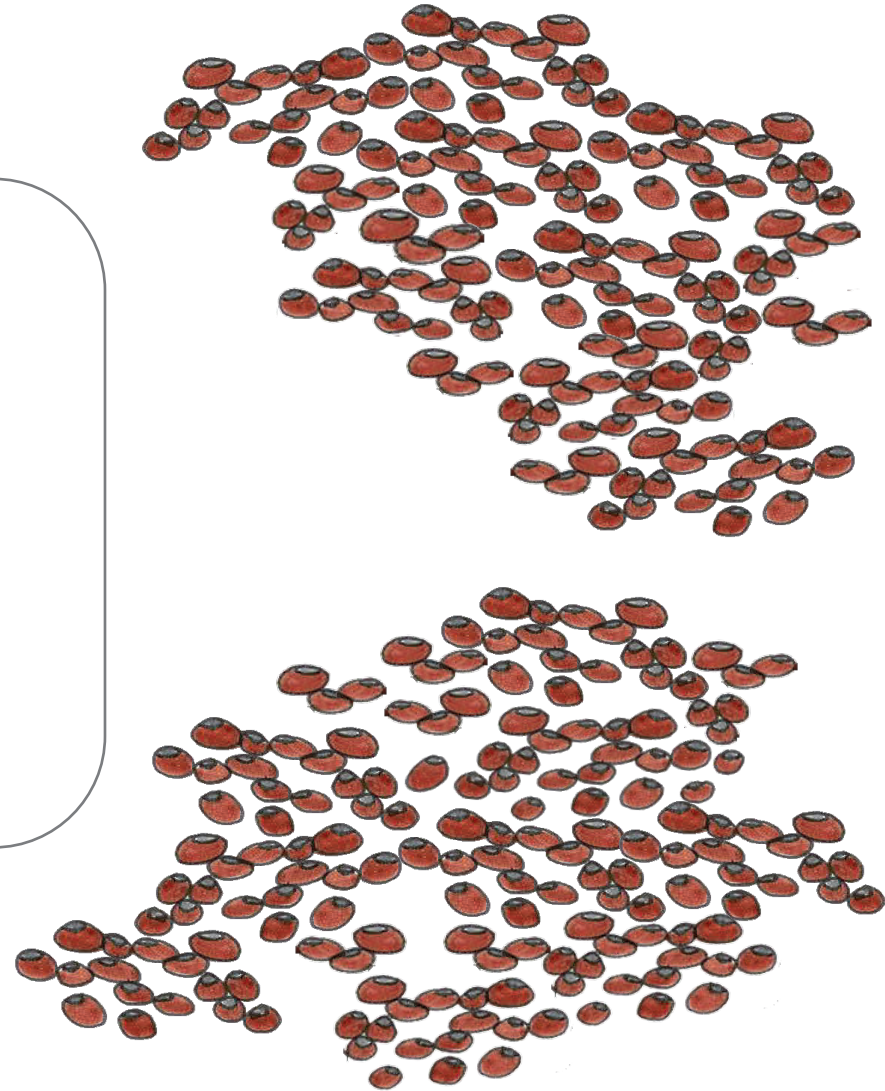
Wie könnt ihr eure Schätzung überprüfen?

Vergleicht die Anzahlen.

Wie kann ich die Anzahl übersichtlich auf einen Blick darstellen, um sie zu vergleichen.

Begründet euer Vorgehen.

Haltet euer Ergebnis schriftlich fest.



Material

- Alltagsmaterial wie z.B. Kastanien

Variationen

- Alltagsmaterial
- Strukturiertes Material wie Zehnerfeld mit Wendeplättchen nutzen.

Bemerkungen/Notizen

- Um eine größere Menge zu vergleichen, muss diese übersichtlich in Form von Bündelungen gelegt werden. Verschiedene Arten von Bündelungen sind möglich. Die Zehnerbündelung ist in einer ersten Phase nicht zwingend erforderlich. Damit ein korrekter Vergleich jedoch möglich ist, muss mit gleichen Bündelungen gearbeitet werden.

Falte das vorliegende Blatt, sodass 2 gleich große Teile entstehen, ziehe die Faltlinie nach und schraffiere einen Teil. Benenne den schraffierten Teil.

Falte ein neues Blatt, sodass 4 gleich große Teile entstehen. Ziehe die Faltlinien nach und schraffiere einen Teil. Benenne den schraffierten Teil.

Setze das Prinzip jeweils mit einem neuen Blatt fort. Teile das Blatt jeweils in 8, 16, ... gleiche Teile.

Lege alle schraffierten Teile nebeneinander.

Wie verändert sich die Größe der Teile? Erkläre!



Material

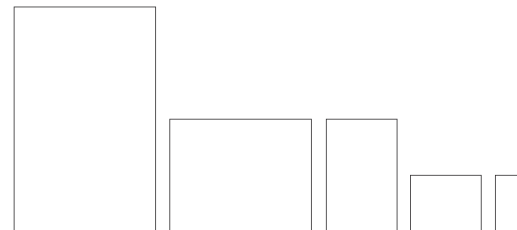
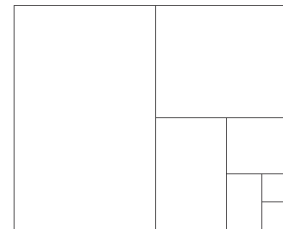
- 6 Blätter (DIN-A5, DIN-A4, DIN-A3)
- 6 gleich große Blätter/Gruppe

Variationen

- Vertiefung der Bruchbedeutung: Zerschneide alle Blätter entlang der Faltlinien und teile die entstandenen Teile in Kategorien ein (Ganze, Halbe, Viertel, Achtel,...). Dokumentiere das Vorgehen.
- Erweiterung auf nicht Stammbrüche: Nimm mehrere gleiche Teile und benenne sie.
- Erweiterung auf die Stammbrüche $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$. Wie kann ich ein kariertes Blatt so zerlegen, dass diese Brüche entstehen?
- Nutze die Blätter möglichst sinnvoll.
- Übertragung auf andere Prototypen (Kreis, Quadrat, Dreieck)

Bemerkungen/Notizen

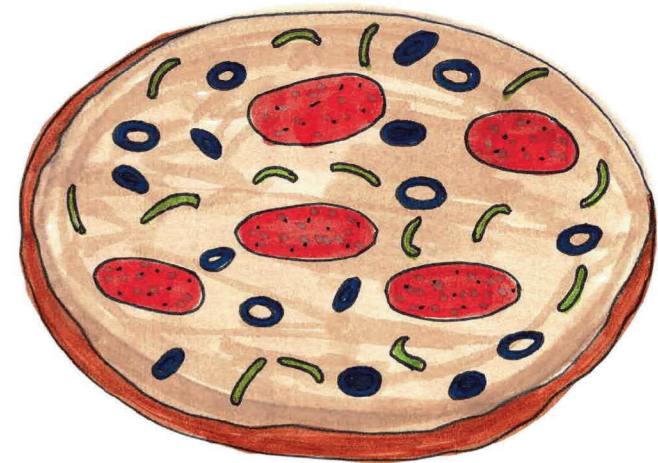
- Diese Karteikarte zur Bedeutung des Bruches umfasst eine ganze Unterrichtseinheit.



Löse die Aufgaben, indem du diese darstellst und das Ergebnis als Bruch schreibst.

- Eine Pizza wird in 4 gleich große Teile geteilt, ein Kind erhält 3 Stücke davon. Welchen Anteil der Pizza bekommt das Kind?
- 3 Pizzen sollen an 4 Kinder gerecht verteilt werden. Welchen Anteil einer Pizza bekommt jedes Kind?

Vergleiche beide Situationen. Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede erkennst du.



Material

- Übungsblatt mit leeren Kreisen

Variationen

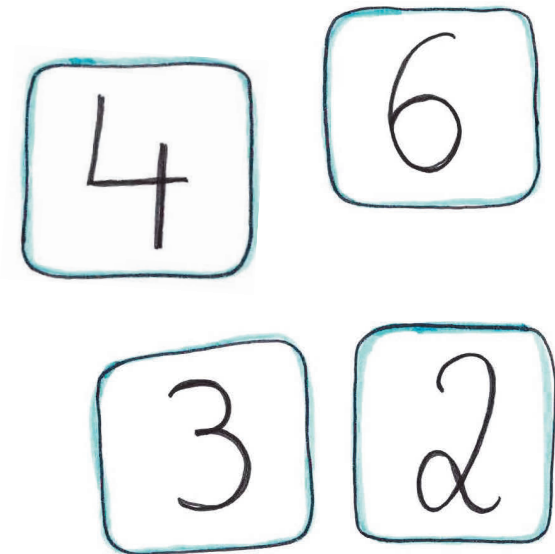
- Rechengeschichten erzählen.
- Verschiedene Situationen zu einem Bruch erfinden.

Bemerkungen/Notizen

Spielt das Spiel mindestens zu zehnt.
Ein Kind ist der Spielleiter. Dieser gibt eine dreistellige Zahl mündlich vor.
Die anderen Kinder erhalten jeweils eine Ziffernkarte.
Nachdem der Spielleiter euch eine Zahl nennt, stellt ihr euch in Dreiergruppen zusammen, sodass ihr eine Zahl bildet, die:

- kleiner als die vorgegebene Zahl ist.
- größer als die vorgegebene Zahl ist.
- gleich viele Einer, Zehner, Hunderter wie die vorgegebene Zahl hat.

Begründet jeweils eure Antworten, auch wenn kein Ergebnis möglich ist.
Der Spielleiter notiert die gebildeten Zahlen.



Material

- Gleichfarbige Ziffernkarten
- Stellenwerttabelle als Hilfsmittel

Variationen

- Eine Ziffer wird doppelt/dreifach gegeben
- Zahlenraum erweitern: mit vierstelligen Zahlen spielen

Bemerkungen/Notizen

- Voraussetzung
- Das Stellenwertsystem und die Bedeutung der Stellenwerte sind den Kindern bekannt.

Wer hat Recht?

Das Spiel kostet 19,45€.
Das sind ungefähr 20€.

Nein das sind 19,00€.

Ich denke, es sind
eher 19,50€.

Begründe!

Material

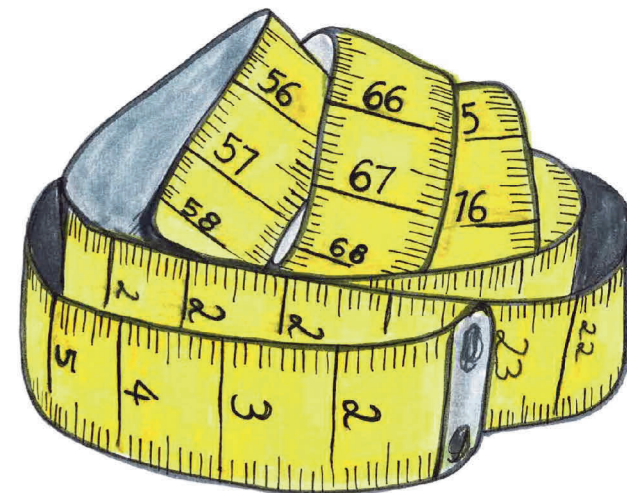
Variationen

- Andere Geldbeträge

Bemerkungen/Notizen

Markiere die 3er, 6er und 9er Reihe am Maßband.
Nutze für jede Reihe jeweils eine Farbe.

Was fällt dir innerhalb des Farbmusters auf?
Begründe und erkläre.



Material

- Stifte
- Maßbänder

Variationen

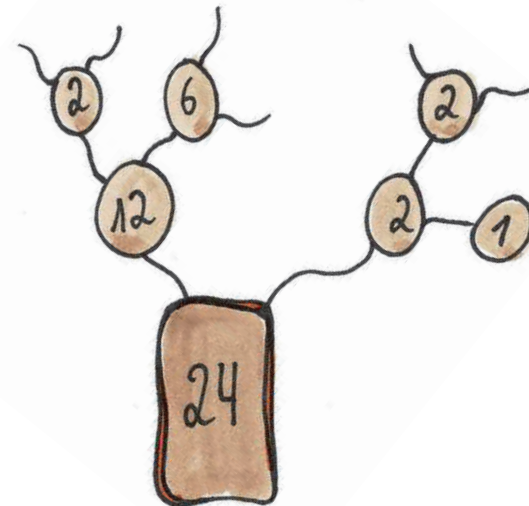
- Übertragung auf andere Vielfache

Bemerkungen/Notizen

Wähle eine Zahl zwischen 10 und 50 – das wird der „Stamm“ deines Zahlenbaums.
Finde zwei Zahlen, die multipliziert deine Stammzahl ergeben.
Diese Zahlen schreibst du als „Äste“ an den Stamm. Zerlege die Äste weiter, bis es nicht mehr weiter geht.
Wann ist der Baum zu Ende? Hast du eine Idee warum dies so sein könnte?

Probiere verschiedene Stammzahlen aus und beobachte:

- Welche Zahlen ergeben besonders große Bäume
- Welche Zahlen führen zu eher kleinen Bäumen?
- Sehen Bäume mit derselben Stammzahl immer gleich aus, oder gibt es Unterschiede?



Material

(Hacker et al., 2021)

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Geplant wird die Bepflanzung eines Schulgartens.

Dieser hat die Form eines Rechtecks mit einer Länge von 6 m und einer Breite von 4 m.

Das Projekt der Schule besteht darin, den Schulgarten zu bepflanzen.

Welche gerechten Aufteilungen sind möglich, um alle Partner zu beteiligen?

Entwickle zwei Ideen und fertige entsprechende Skizzenpläne an.

$$\frac{1}{6}$$

1. Schuljahr	4. Schuljahr
2. Schuljahr	5. Schuljahr
3. Schuljahr	6. Schuljahr

$$\frac{1}{12}$$

1A	1B	4A	4B
2A	2B	5A	5B
3A	3B	6A	6B

Material

- Stifte und Papier

Variationen

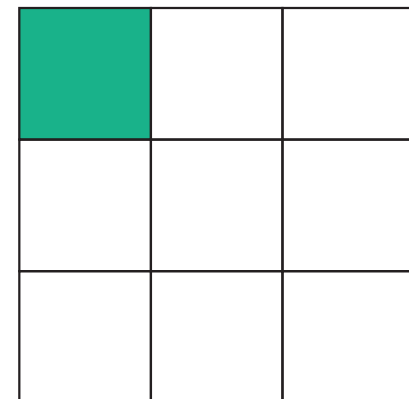
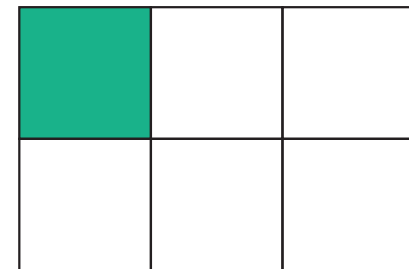
Bemerkungen/Notizen

- Die Kinder können das Beet wie folgt aufteilen:
 - pro Schuljahr
 - pro Klasse
 - pro Stufe
 - mit/ohne Lehrpersonal
 - ...
- Entsprechend entstehen verschiedene Brüche und Darstellungsmöglichkeiten, welche visualisiert werden müssen, miteinander verglichen und besprochen werden sollen.

Welcher Anteil des Rechtecks ist jeweils farbig markiert?
Notiere.

Das gefärbte Quadrat ist immer gleich.

Wie verhält es sich mit dem Anteil?
Erkläre.



Material

Variationen

- Erfinde andere Situationen zu gleicher Zähler und unterschiedliche Nenner.
- Erfinde andere Situationen zu gleicher Nenner und unterschiedlicher Zähler.

Bemerkungen/Notizen

- Durch diese Aufgabe wird die Bedeutung des Bruches weiter vertieft.

Löse die Aufgaben.

Drei Pizzen werden unter vier Kindern aufgeteilt. Wie groß ist der Anteil pro Kind?

Von einer Pizza, die in 4 gleich große Stücke geschnitten ist, bekommt ein Kind 3 Stücke. Wie groß ist der Anteil der Pizza, den das Kind erhält?

Drei von insgesamt vier Pizzen wurden gegessen. Wie groß ist der Anteil der gegessenen Pizza?

Nutze eine Darstellung und notiere das Ergebnis.
Vergleiche die Situationen.
Was ist gemeinsam? Was ist unterschiedlich?

Material

Variationen

- Umkehrung der Aufgabe: Erzähle unterschiedliche Rechengeschichten zu einem vorgegebenen Bruch.

Bemerkungen/Notizen

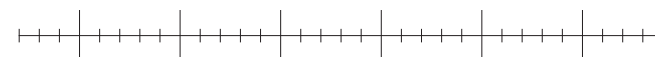
Vergleiche zwei Dezimalbrüche miteinander.
Welches (mathematische) Hilfsmittel hilft dir, um
zwei Zahlen miteinander zu vergleichen?

Begründe.

a) 0,16 und 0,34

b) 0,7 und 0,16

Z	E	z	h



Material

- Stellenwerttabelle
- Zahlenstrahl

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Vergleiche in einem Wahljahr die Wahlergebnisse einer Partei von drei Städten miteinander.

Vergleiche die absoluten Werte der jeweiligen Parteien und bestimme die relativen Werte jeder Partei.

Bestimme die stärkste Partei.

Material

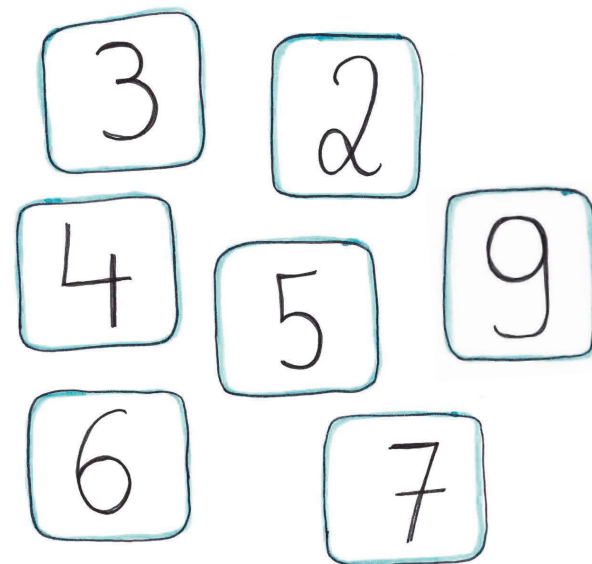
Variationen

- Die Situation kann auf andere Alltagssituationen übertragen werden: Abstimmungen in einer Schule, Vergleich von Schulergebnissen, Lieblingssportart aller Klassen, ...

Bemerkungen/Notizen

Du hast 10 Ziffernkarten zur Verfügung.

- Bilde mithilfe der Ziffernkarten mindestens fünf zweistellige Zahlen, die teilbar durch 9 sind. Vertausche jeweils den Platz der Ziffern. Sind die neu gebildeten Zahlen auch teilbar durch 9? Erkläre.
- Bilde mithilfe der Ziffernkarten eine dreistellige Zahl, die teilbar durch 9 ist. Nutze dieselben Ziffern und bilde alle möglichen dreistelligen Zahlen. Sind diese auch teilbar durch 9. Was haben die Zahlen gemeinsam? Wie kannst du schnell überprüfen, ob Zahlen teilbar durch 9 sind?



Material

- Ziffernkarten

Variationen

- gleiche Vorgehensweise für die Teilbarkeit durch 3

Bemerkungen/Notizen

- Die Quersummenregel entscheidet über die Teilbarkeit der Zahl. Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist. Wieso?

$$624 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

$$624 = 6 \cdot (99 + 1) + 2 \cdot (9 + 1) + 4$$

$$624 = 6 \cdot 99 + 6 + 2 \cdot 9 + 2 + 4$$

$$624 = \underbrace{6 \cdot 99 + 2 \cdot 9}_{\text{immer teilbar durch 9}} + \underbrace{6 + 2 + 4}_{\text{die Quersumme ist teilbar durch 9}}$$

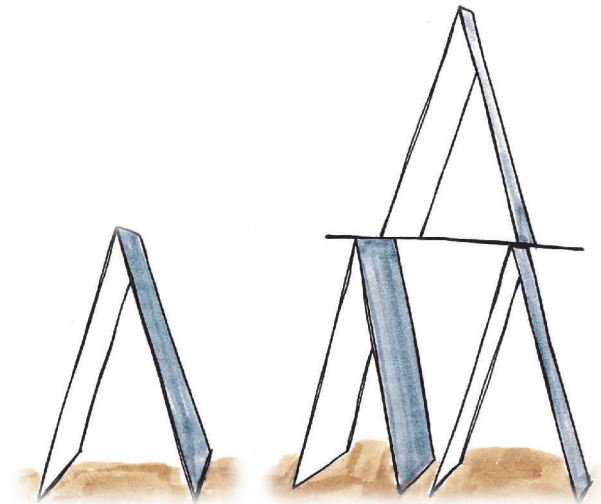
immer teilbar durch 9

die Quersumme ist teilbar durch 9

Die Gesamtzahl ist folglich teilbar durch 9.

- Allgemein und für alle Zahlen gilt: Ziehen wir von einer Zahl ihre Quersumme ab, ist die erhaltende Differenz immer teilbar durch 9.

Wie viele Spielkarten brauchst du, um das
nächstgrößere Kartenhaus zu bauen?
Und wie viele Karten benötigst du, um ein
Kartenhaus mit fünf, sechs, sieben oder mehr
Stockwerken zu bauen?



Material

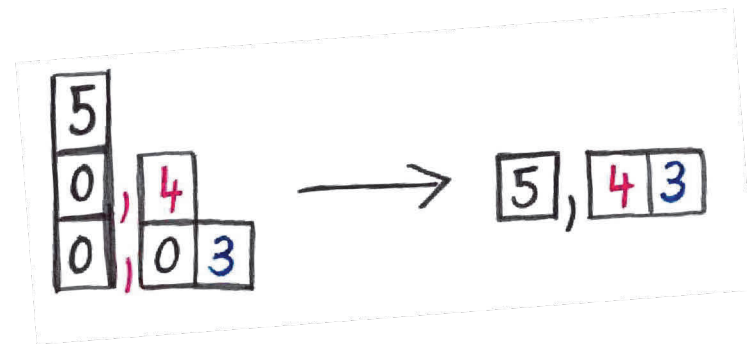
– Kartenspiel

Variationen

- Zahlenfolgen konkret mit anderen Materialien darstellen lassen (Streichholzhäuser, Würfel, Quader-Bausteine...).
- Vorgegebene Figuren ins Heft übertragen und die nächstgrößeren Figuren hinzumalen. Entsprechende Zahlenfolgen notieren.
- „Fehlerquellen“ in vorgegebenen Zahlenfolgen finden und begründen.

Bemerkungen/Notizen

Wie viele h, z fehlen bis zum nachfolgenden
Einer?



Material

- Stellenwertkarten

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Im Umgang mit Dezimalbrüchen gibt es zwei Sichtweisen (Beispiel für **Indikator C.2.5**):

1. als additive Zerlegung: 0,14

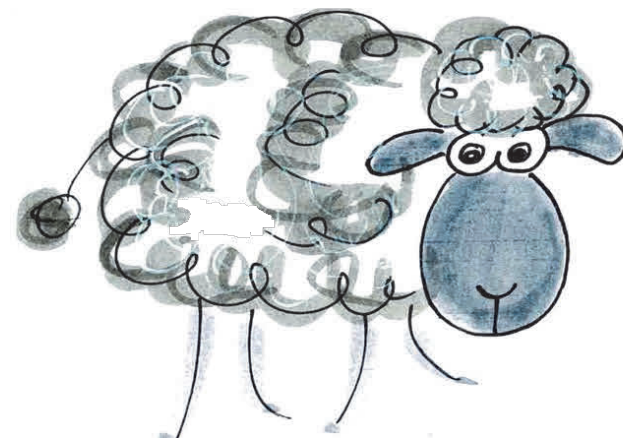
0 Einer + 1 Zehntel + 4 Hundertstel

2. als globale Zahl: 0, 14

14 Hundertstel = $14 \cdot 0,01$ (multiplikative Struktur)

Tim hat auf seinem Hof Schafe und Ziegen.
Pro Tag frisst ein Schaf 5 kg Heu und eine Ziege 2,5 kg.
Tim bekommt jeden zweiten Tag 150 kg Heu,
damit alle Tiere genug zu fressen haben.
Wie viele Schafe und wie viele Ziegen kann Tim
mit 150 kg Heu füttern?

Stelle deine Lösungen mit Zeichnungen/ Skizzen
dar.
Trage die Ergebnisse in eine Tabelle ein.
Welche Besonderheiten oder Muster fallen dir
dabei auf?



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Beispiele **Größen**

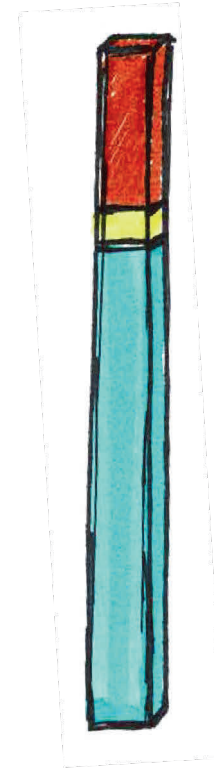
Ich werde immer größer

Jeder von euch hat eine Holzleiste.
Schätzt zuerst: Markiert auf der Leiste, wo eure
Körperlänge eures Erachtens endet.

Arbeitet nun zu zweit und markiert so genau wie
möglich, wie groß ihr wirklich seid.

- Was klappte gut?
- Was war schwierig?
- Wie messen wir genauer?

Findet eine bessere Methode, um eure Markierung
möglichst genau auf eure Holzleiste zu setzen.



Material

- Holzleisten, Stifte

Variationen

- Vergleich und Reihenbildung (ein Messzeitpunkt)
- Die Holzleisten als Anlass für Ordnungs- und Vergleichsgespräche nutzen (länger/kürzer/gleich lang)
- Reihenfolge der Körpergrößen gemeinsam entwickeln (von klein nach groß oder umgekehrt). Auswahl möglich: nur Tischgruppen vergleichen oder Klassenvergleich
- Wachstum und Differenzen (zwei Messzeitpunkte)
- Erneute Messung später als Wachstumsbeobachtung (erste vs. zweite Markierung)
- Vergleich auf zwei Ebenen: Körpergrößen-Rangfolge und Wachstums-Rangfolge (Wer ist wie viel gewachsen? Zuwachs sichtbar machen, z. B. farblich)

Bemerkungen/Notizen

Nach der Aktivität färben die Kinder auf ihrer Holzleiste die gemessene Körperlänge farblich aus: Vom vereinbarten Startpunkt bis zur Markierung wird ein durchgehender Farbstreifen gestaltet (ggf. mit Datum/Farbe pro Messzeitpunkt).

So wird die Länge als zusammenhängende Strecke sichtbar und lässt sich beim späteren Vergleichen und beim erneuten Messen leichter wiedererkennen.

Packe den Einkaufskorb so, dass die schweren Lebensmittel unten und die leichten obendrauf sind. Wie findest du heraus, welche Lebensmittel schwer und welche leicht sind? Erkläre dein Vorgehen.

- Schätze mit deinen Augen.
- Schätze mit deinen Händen.
- Du darfst eine Kleiderbügel- oder Balkenwaage benutzen.
- Du darfst die Balkenwaage mit Holzklötzchen gleicher Art benutzen.
- Du darfst die Balkenwaage mit den standardisierten Gewichtsmaßen wie 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg nutzen.
- Nutze die Küchenwaage und bestimme die Gewichte der Lebensmittel.



Material

- Einkaufskorb
- Verschiedene Lebensmittel: Butter, Milch, Vanillezucker, Zucker, Apfel, Gummibärchen, Nudeln, Mehl, eine Mandel (+ Bildkarten)
- Verschiedene Waagen: Kleiderbügelwaage, Balkenwaage, Küchenwaage
- Das Material sollte mehrfach vorhanden sein.

Variationen

- Kognitive Konflikte nutzen, indem große, und leichte Lebensmittel und/oder kleine und schwere Lebensmittel ausgewählt werden.

Bemerkungen/Notizen

- Diese Karteikarte umfasst insgesamt mehrere aufbauende Einheiten, die jeweils einem Indikator zuzuordnen sind.
- Aus Übersichtsgründen haben wir darauf verzichtet, mehrere Karteikarten zu verwenden.

Wähle 5 Stifte aus deiner Federmappe aus und lege sie verdeckt unter ein Tuch.

Finde den längsten Stift sowie den kürzesten Stift.



Material

- Tuch
- Stifte unterschiedlicher Größe

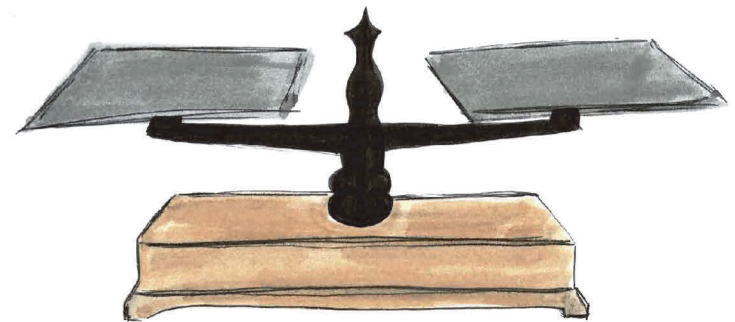
Variationen

- Anzahl der Stifte
- Stiftarten
- Finde gleich große Stifte.
- Ordne die Stifte der Größe nach.
- Die Kinder suchen selber Fragen zu der vorgegebenen Situation.

Bemerkungen/Notizen

Ordne die Zutaten vom leichtesten zum schwersten. Du darfst nur 2 Vergleiche konkret durchführen, um die Ordnung zu erstellen.

Warum reichen zwei Vergleiche aus?



Material

Ein Paket Butter, Schokostreusel und Zucker

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Schokoladenstreusel sind leichter als die Butter.

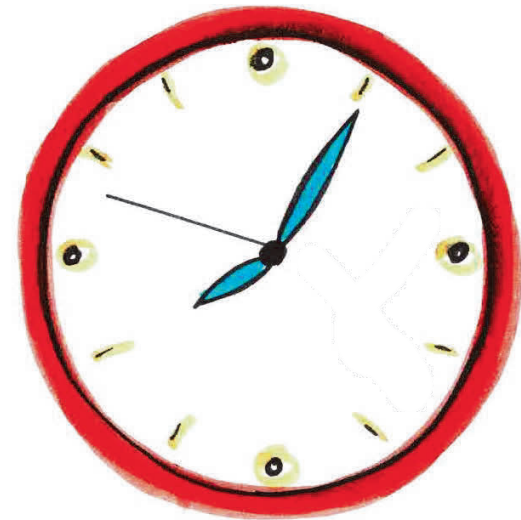
Butter ist leichter als Zucker.

Transitiver Schluss: Schokoladenstreusel sind leichter als Zucker.

Beobachte die Uhr (bzw. den Sekundenzeiger),
damit du weißt, wie lange eine Minute dauert.

Hüpfe während einer Minute.

Sobald du denkst, die Minute ist vorbei, stoppst
du.



Material

- Analoge Uhr mit Sekundenzeiger

Variationen

- Eine Minute ...
 - hüpfen
 - still sein
 - laufen
 - erzählen
 - auf einem Bein stehen
 - schreiben
 - Rechnungen lösen

Bemerkungen/Notizen

Wie kannst du dir einen Meter, einen Dezimeter, einen Zentimeter gut vorstellen?

Wähle ein Beispiel aus deiner Umgebung aus.



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

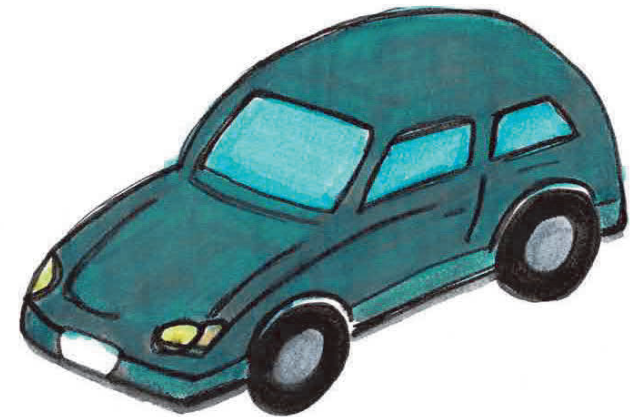
- 1 m = ausgestreckter Arm eines Kindes, die Tafelhöhe, die Höhe bis zum Türgriff, die Breite einer Tür inkl. Rahmen, ...
- 1 dm = die Handbreite, die Länge der Postkarte, die Breite einer Rolle Toilettenpapier, die Breite des Lochers, ...
- 1 cm = die Daumenbreite, Dicke eines Lesebuches, ...
- 1 mm = die Bleistiftmine, ...

Spielt in einer Kleingruppe (bis zu 4 Kindern)
Autorennen. Jeder wählt ein Spielzeugauto aus.

Version A: Wählt einen gemeinsamen Startpunkt
und lasst eure Autos rollen.

Version B: Wählt unterschiedliche Startpunkte aus
und lasst eure Autos rollen.

Welches Auto ist am weitesten gerollt?
Welches am wenigsten weit? Erstellt eine
Reihenfolge.



Material

– Auto, Kreide, Stifte, Strohhalme, Maßband, Lineal, Zollstock,...

Variationen

Bemerkungen/Notizen

- Autorennen Version A: Die Kinder vergleichen die zurückgelegten Autostrecken direkt miteinander.
- Autorennen Version B: Die zurückgelegten Autostrecken können geschätzt oder indirekt miteinander verglichen werden (mit Hilfe willkürlicher oder standardisierter Einheiten).

Vergleiche den Inhalt der Gefäße.

- In welchem der drei Gefäße findet Flüssigkeit am meisten Platz?
- In welchem der drei Gefäße findet Flüssigkeit am wenigsten Platz?

Wie gehst du vor?



Material

- Verschieden große durchsichtige Gefäße
- Wasser oder Sand

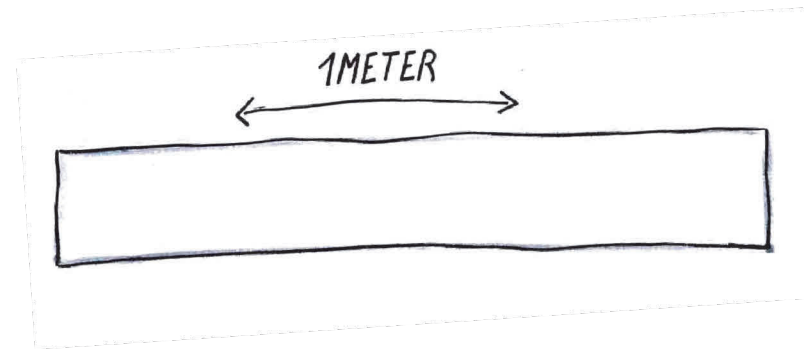
Variationen

- Die Anzahl der Gefäße
- Unterschiedliche Vorgehensweisen anwenden:
 - Schätzen
 - Reihenfolge bestimmen und nummerieren
 - Durch Umschütten in ein Referenzglas die Reihenfolge kontrollieren.
 - Ein kleineres Glas oder Gefäß als willkürliche Einheit nutzen.

Bemerkungen/Notizen

Wie könnt ihr aus einem Meterstreifen ein richtiges Maßband herstellen?

Eure Lehrkraft hat ein Maßband dabei, das ihr als Vorlage und Referenz nutzen könnt.



Material

Papierstreifen von 1 m
Maßband von 1 m

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Vorgehensweise:

1. Bestimmen des Start- und Endpunktes (0 und 100)
2. Grobe Einteilung des Meters
Orientierung an den Zehnerzahlen.
0 bis 10 entspricht 1 dm. Dieser Abstand dient als Referenz. Nach dem Falten halten die Kinder die Zehnerzahlen fest.
 $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$
3. 1 dm wird weiter eingeteilt, um präziser messen zu können. Die Einerzahlen werden festgehalten.
 $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

Ein tropfender Wasserhahn füllt während einer Nacht einen 10 Liter Wassereimer.

Wie viele Wassertropfen sind in dem Eimer gelandet?

Folgendes Material steht dir zur Verfügung:
eine Wasserpipette, ein kleiner und großer
Messbecher, ein Lineal, ein Schwamm,
verschiedene Gefäße, ein Strohhalm.



Material

- Wasserhahn, Wasser, Eimer (10 l), eine Wasserpipette, ein kleiner und großer Messbecher, ein Lineal, ein Schwamm, verschiedene Gefäße, ein Strohhalm

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Tipp 1

Zähle die Tropfen für eine kleine Menge (z.B. 5 ml, 10 ml, oder 20 ml).

Nutze dazu eine Wasserpipette und einen kleinen Messbecher.

Tipp 2

Berechne die Anzahl Tropfen für 1l.

Wie viele ml passen in einen Liter?

Wie oft passt eure gewählte Menge in einen Liter?

Tipp 3

Berechne die Anzahl Tropfen für 10l.

Ihr bekommt Zettel mit verschiedenen Größenangaben.

Zum Beispiel:

1 m 25 cm; 125 cm; 1 m 2 dm 5 cm

1 m 70 cm; 170 cm; 1 m 7 dm

1 l 30 cl; 130 cl; 1 l 3 dl

2 l 50 cl; 250 cl; 2 l 5 dl

1 kg 45 g; 145 g; ...

Bildet Dreiergruppen aus Zetteln, die zusammenpassen. Überlegt gemeinsam: Weshalb passen diese Zettel zusammen?

Material

- Zettel mit den verschiedenen Größenangaben

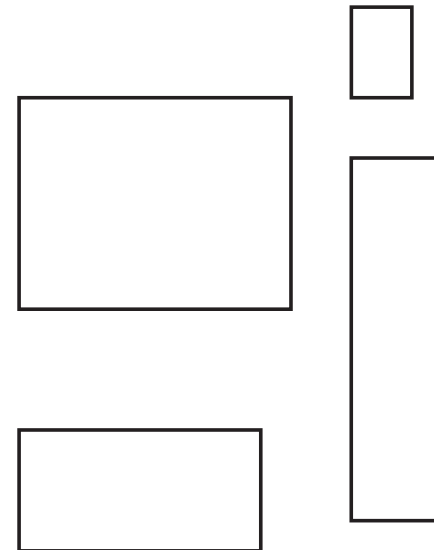
Variationen

Bemerkungen/Notizen

Der Umfang der Vierecke soll bestimmt werden. Beachte die Länge der Seiten der jeweiligen Vierecke, nutze also die Eigenschaften der Vierecke, um diese in Gruppen einzuteilen.

Leite pro Gruppe die Formel des Umfangs ab.

Tipp: Markiere gleich lange Seiten jeweils in einer Farbe.



Material

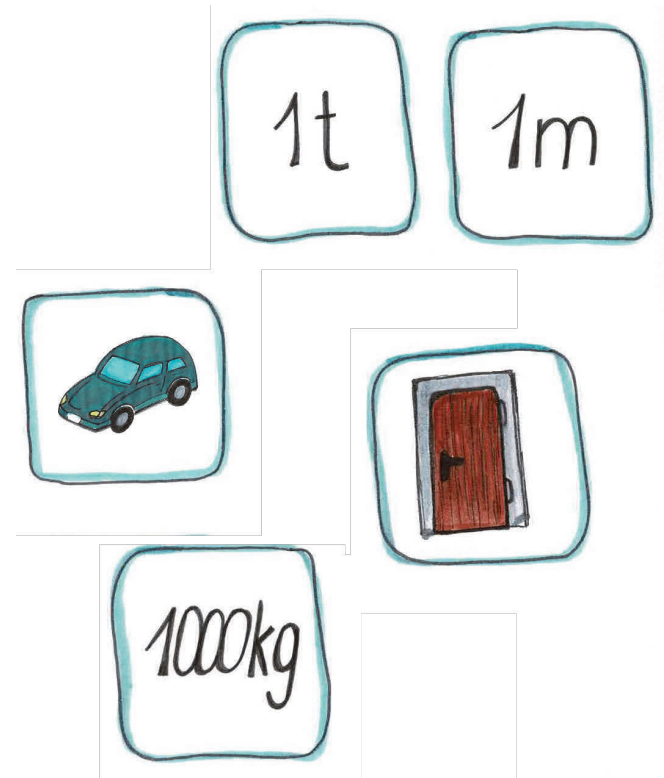
Variationen

- Erweiterung: Zusätzliche Formen den Formelkategorien zuordnen.
- Umkehrung der Aufgabe: Formeln vorgeben und passende Formen zuordnen.

Bemerkungen/Notizen

- Eine Formel stellt eine Verallgemeinerung dar. Aus diesem Grund benötigen die Kinder mehrere Repräsentanten für jeweils eine Kategorie.

Sammelt so viele Quartette wie möglich!
Alle Karten werden gemischt. Jedes Kind bekommt 4 Karten.
Die restlichen Karten legt ihr als Stapel in die Mitte.
Wer gerade an der Reihe ist, darf entweder eine Karte mit einem Mitspieler tauschen oder eine neue Karte vom Stapel ziehen.
Wenn du ein vollständiges Quartett gesammelt hast, legst du es beiseite und ziehst dafür 4 neue Karten nach.



Material

- Ausgeschnittene Karten mit Bildern zu Stützpunktwissen sowie standardisierte Maßeinheiten und ihre entsprechenden Umwandlungen

Variationen

- Andere Größenbereiche
- Als Fünferset
- Als Memory
- Leere Karten, um eigene Ideen zu ergänzen.

Bemerkungen/Notizen

Weißt du, wie alt du heute bist?

Bestimme dein Alter in „Tagen“.

Wer von deinen Schulkameraden wird zuerst 4015 Tage alt?

Notiere jeweils deine Vorgehensweise so, dass jeder es verstehen kann.

Berechne das heutige Alter eines Familienmitglieds, das älter ist als du.



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Ich habe 2,5 l Bowle hergestellt. Wie viele Gläser (gleicher Art) kann ich damit befüllen?



Material

- Behälter mit 2,5 l Wasser
- Gläser

Variationen

- Eine bestimmte Anzahl Gläser vorgeben.
- Menge Bowle verändern.
- Umgekehrte Aufgabe: Ich habe 6 Gäste eingeladen, wie viel Bowle muss ich herstellen? (Kernkompetenz des Modellierens wird gefördert)

Bemerkungen/Notizen

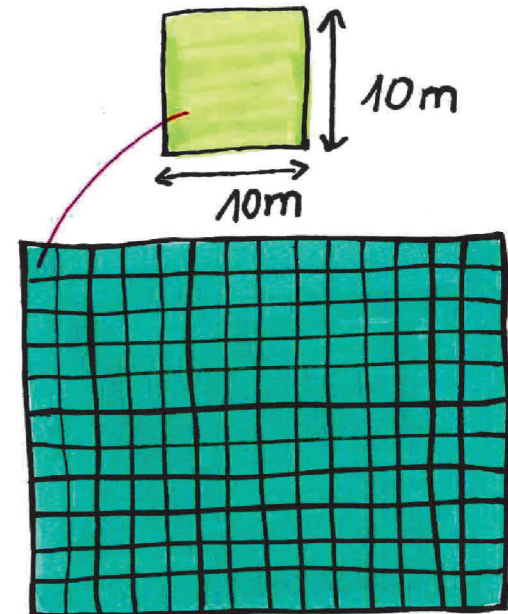
- Die Bereiche Größen und Arithmetik werden in dieser Aufgabe miteinander verknüpft.

Ein Bauer möchte seine Wiese für seine Hühner rechteckförmig einzäunen. Er hat 200 m Maschendrahtzaun.

Wie könnte die Weide eingezäunt werden, wenn die 200 m Maschendrahtzaun komplett genutzt werden?

Zeichne alle Möglichkeiten in den Plan. Wie kannst du sicher sein, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?

Welches ist die größte Fläche? Welches die kleinste? Auf welcher Weide haben am meisten Tiere Platz, wenn ein Huhn 5 m^2 Platz benötigt? Was fällt dir auf? Was würde sich verändern, wenn jedes Huhn 10 m^2 Platz benötigen würde.



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Können ihr euch 5 m² vorstellen?

Arbeitet in Gruppen. Überlegt euch, wie ihr mit Kreppband eine Fläche von 5 m² darstellen könnt.

Eure Fläche von 5 m² soll auf einen Blick erkennbar sein.

Wie ändert sich der Umfang bei gleichem Flächeninhalt?

Material

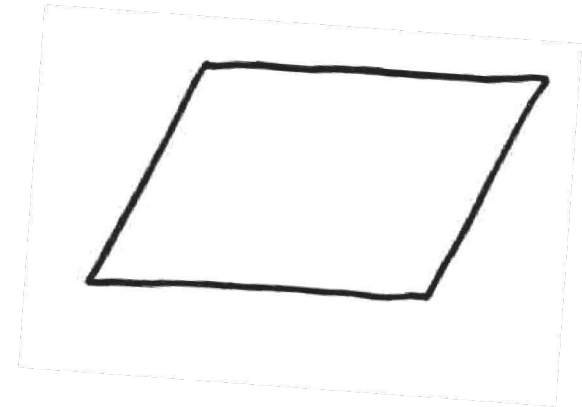
Variationen

Bemerkungen/Notizen

Wie kannst du die Formel zur Flächenberechnung eines Parallelogramms herausfinden?

Das Rechteck, deren Flächenformel du kennst, kann dir dabei helfen.

Du darfst schneiden, zeichnen, ...



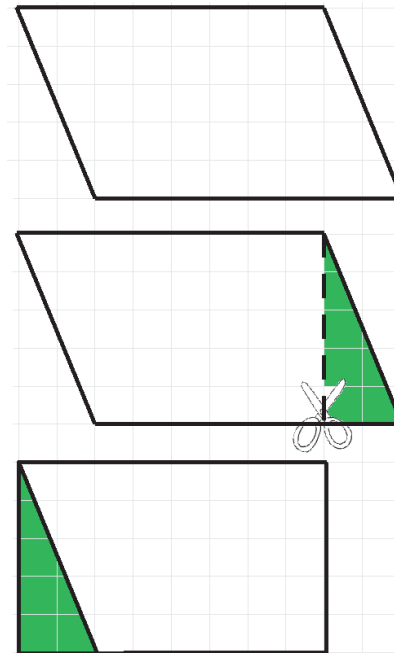
Material

- Ein Rechteck zum Vergleich
- Ein Parallelogramm
- Geodreieck, Bleistift, Schere, Klebestreifen, Leim

Variationen

- Die Fragestellung kann auch auf andere Vielecke übertragen werden.

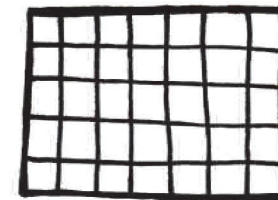
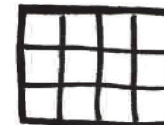
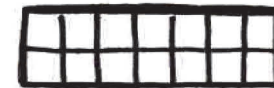
Bemerkungen/Notizen



1. Jedes Kind erhält zwei identische Parallelogramme (gezeichnet auf quadratischem Papier = Flächeneinheiten). Ein Parallelogramm wird als Vergleichsfigur benutzt und darf nicht zerschnitten werden. Die Merkmale des Parallelogramms werden auf dieser Vergleichsfigur notiert (B und H).
2. Das andere Parallelogramm darf nur waagrecht oder senkrecht zerschnitten werden. Die Teile werden so zusammengefügt, dass ein Rechteck entsteht. Das erhaltene Rechteck hat den gleichen Flächeninhalt wie das Parallelogramm. Die Anzahl der Flächeneinheiten ist in beiden Figuren gleich.
3. Ableitung der Formel: Die Breite des Rechtecks entspricht der Höhe des Parallelogramms und die Länge des Rechtecks entspricht der Basis des Parallelogramms.
4. Flächeninhalt des Parallelogramms: $E \times B \times H$

Wie kannst du schnell die Anzahl der Flächenquadrate (von 1 cm x 1 cm) in einem Rechteck bestimmen?

- a) Wie viele passen in eine Reihe?
- b) Wie viele Streifen benötige ich, um die Fläche vollständig abzudecken?

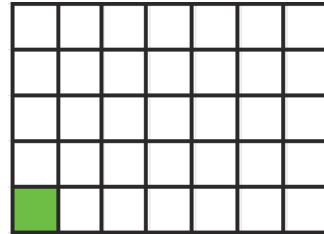


Material

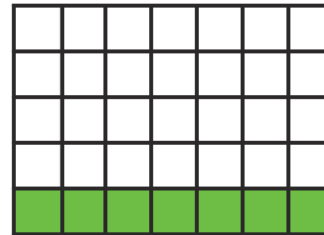
- Die Kinder erhalten jeweils unterschiedlich große Rechtecke.

Variationen

Bemerkungen/Notizen

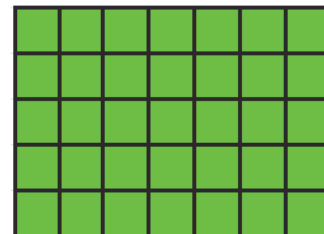


1. Um ein Flächenmaß zu bestimmen, benötigen wir eine Flächeneinheit:
Ein Quadrat von 1cm Seitenlänge, d.h. 1 Zentimeterquadrat (= E).



2. Die Anzahl Quadrate in der Länge werden bestimmt (= L):

E x L

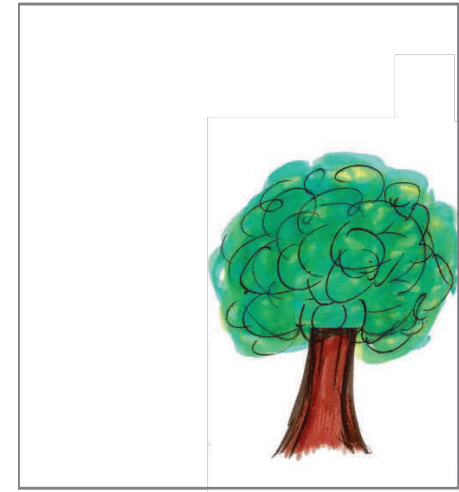


3. Die Anzahl Reihen in der Breite werden bestimmt (= B).
Die Gesamtzahl der Quadrate entspricht dem Flächeninhalt der Rechtecks:

E x L x B

Beispiele **Geometrie**

Male auf der Bank eine Katze.
Neben der Bank ist ein Mülleimer.
Im Baum sitzen drei Vögel.
Der Baum ist ein Apfelbaum.
Im Baum hängen 5 Äpfel.



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Wer hat welches Foto gemacht?

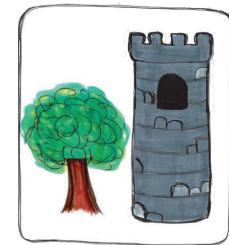
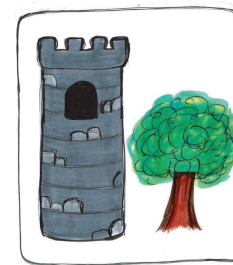


„Welches Kind hat welches Foto gemacht?“
Begründe deine Wahl!

KIND A



KIND B



Material

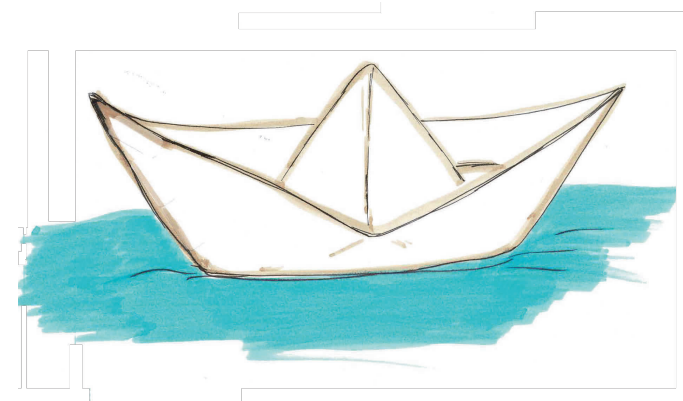
- Foto eines Gegenstandes aus der Umgebung.
- Eine Grundaufnahme und 4 verschiedene Perspektivaufnahmen des Gegenstandes.

Variationen

- Diese Art von Übung kann mit anderen Materialien durchgeführt werden:
- Konkrete Gegenstände wie z.B. Alltagsgegenstände oder didaktisches Material (Steckwürfel, Duplosteine...)
- Als Vorstufe zu dieser Aufgabe, könnten die Kinder um den Gegenstand gehen, ihn aus den unterschiedlichen Perspektiven beschreiben, mental fotografieren, die konkreten Fotos den Perspektiven zuordnen.
- Umkehraufgabe: Die Kinder können eine eigene Übung erfinden. Mit dem iPad einen Gegenstand und dessen 4 Perspektiven fotografieren. Austausch der verschiedenen Übungen, indem die Fotos ausgedruckt werden.

Bemerkungen/Notizen

Das Spiel wird zu zweit gespielt.
Jedes Kind zeichnet seine Schiffe im rechten Spielfeld ein: ein 1er-, ein 2er-, zwei 3er- und ein 4er Schiff.
Zwischen den Schiffen muss immer ein Abstand von mindestens einem Kästchen sein.
Nun wird abwechselnd erraten, wo die gegnerischen Schiffe liegen.
Nutzt dazu die Koordinaten (z.B.: F6).
Wer zuerst alle Schiffe des Gegners gefunden hat, hat gewonnen.



Material

- Spielplan
- Gitternetz

Variationen

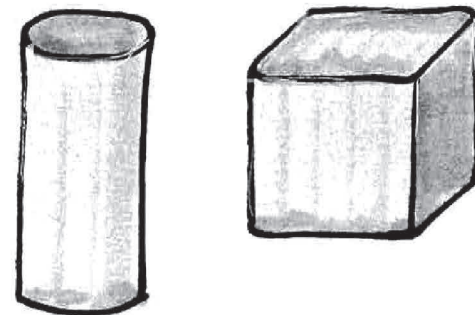
- Anzahl der Schiffe variieren
- Größe des Gitternetzes

Bemerkungen/Notizen

Entdecke in deiner Umgebung Dinge, deren Grundformen Quader, Würfel, Zylinder, Pyramide, Prisma oder Kegel sind.

Halte deine Entdeckungen fest.
Welcher geometrische Körper kommt in deiner Sammlung am häufigsten vor?

Wie kannst du dir erklären, dass dieser Körper besonders oft vorkommt?



Material

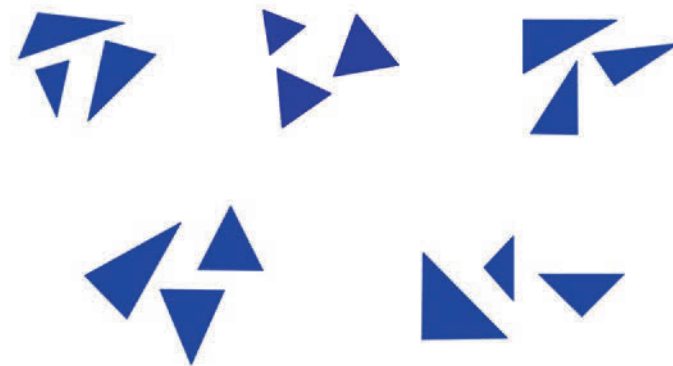
- Kamera

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Die Kinder haben vorgegebene Dreiecke sortiert. Dadurch sind die abgebildeten Gruppierungen entstanden.

- Welche Kriterien könnten die Kinder zur Sortierung der Dreiecke herangezogen haben?
- Wodurch unterscheiden sich die Dreiecke?
- Was ist innerhalb einer Gruppierung gleich?
- Was könnten passende Bezeichnungen für die fünf Gruppen von Dreiecken sein?



Material

- Dreiecke (siehe Abbildung)

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Arbeitet zu zweit. Nehmt euch quadratische Blätter Papier. Faltet das Blatt nach den Anweisungen. Bemerkung: Benutzt immer das ganze Papier. Nehmt für jeden Auftrag ein neues Blatt.

- Faltet das Papier so, dass ihr zwei Dreiecke erhaltet. Was habt ihr mit dem Quadrat gemacht?
- Könnt ihr auch so falten, dass ihr drei Dreiecke erhaltet? Wie seid ihr vorgegangen?
- Schafft ihr vier Dreiecke durch Falten zu erhalten? Probiert mehrere Möglichkeiten aus?
- Schneidet die erhaltenden Dreiecke aus.
- Markiert die Besonderheiten der Dreiecke. Nutzt Farben.
- Aus welchen Winkelarten kann ein Dreieck bestehen?
- Beobachte die Seiten der Dreiecke. Wie sind die Seitenlängen?

- Ein besonderes Dreieck fehlt euch noch! Welches?
- Nehmt erneut ein quadratisches Blatt. Bei dieser Übung muss nicht das ganze Papier genutzt werden.
- Tipp: Die untere Seite des Quadrats soll die spätere Dreiecksseite werden. Wie kann die Mittelsenkrechte dieser Dreiecksseite euch helfen, das besondere Dreieck herzustellen?
- Welche Eigenschaften hat dieses besondere Dreieck?

Material

- quadratische Blätter, eine Schere, Buntstifte

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Beispiele **Stochastik**

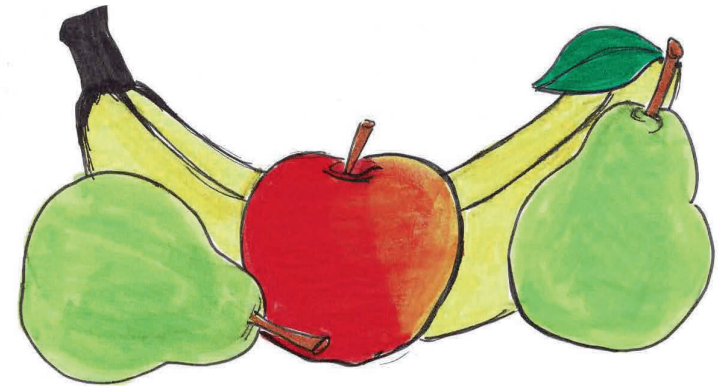
Unser Obstteller

Wir sehen einen Obstteller für die Pause vor.
Welches Obst kaufen wir dafür ein?

Wähle aus diesen Obstsorten aus:

- Banane
- Apfel
- Birne
- Kiwi

Startet eine kleine Umfrage:
Welches ist das Lieblingsobst der Klasse?



Material

- Obst
- Bildkarten der Obstsorten
- leere Bildkarten zum Ausmalen

Variationen

- Diese Fragestellung kann auf andere Alltagssituationen übertragen werden:
z.B. Lieblingstier der Klasse, Schulwege,
...

Bemerkungen/Notizen

Es hat geschneit. Der Verkehrsverein des Dorfes möchte einen großen Schneemann vor das Dorfhaus stellen.

Dazu stellt er folgendes Material zur Verfügung:

- 3 verschiedenfarbige Schals (hellgrün, dunkelgrün, orange)
- 3 verschiedenfarbige Zylinder (rot, hellblau, schwarz)

1. Wie viele Möglichkeiten gibt es?
2. Wie könnt ihr herausfinden, welche die beliebteste Kombination der Klasse/ der Schule ist?

Die beliebteste Kombination wird dem Verkehrsverein mitgeteilt.



Material

- Bild eines Schneemannes mit verschiedenfarbigen Schals und Zylinder
- Verschiedenfarbiges konkretes Material (buntes Papier, weißes Papier, Legosteine, Buntstifte, Klebpunkte...)
- Geeignetes und nicht geeignetes Material
- Bildkarten von einzelnen Schneemännern

Variationen

- Das Material kann durch ein/einen oder mehrere Kleidungsstücke/Gegenstände erweitert werden (Bsp.: Besen, Handschuhe).

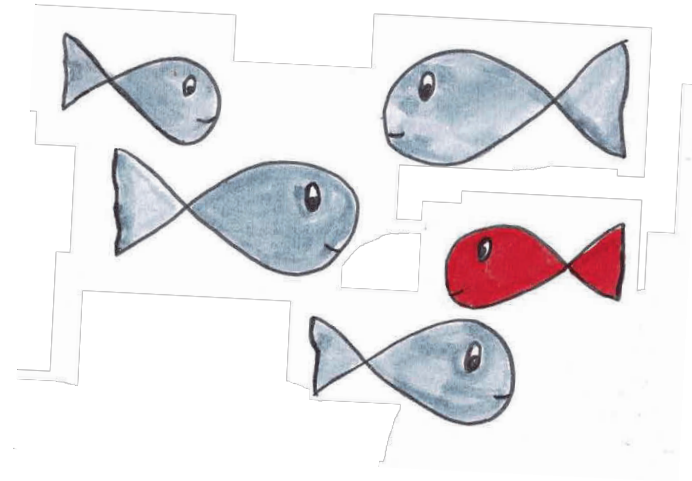
Bemerkungen/Notizen

- Um die Sinnhaftigkeit der Aufgabe zu gewähren (Alltagsbezug), schließt sich eine statistische Fragestellung an.

Wähle 4 Fische in zwei Farben aus, lege diese ins Aquarium und berücksichtige jeweils nachfolgende Aussagen:

- Du angelst sicher einen roten Fisch.
- Es ist möglich, einen roten Fisch zu angeln.
- Es ist unmöglich, einen roten Fisch zu angeln.
- ...

Dein Spielpartner überprüft jeweils das Aquarium und begründet die Richtigkeit der Auswahl deiner Fische.



Material

- Aquarien und Fische
- Aussagen zu den Begriffen "sicher, möglich, unmöglich"

Variationen

- Die Kinder erhalten Aussagen, die die Begrifflichkeiten „sicher“, „möglich“, „unmöglich“ enthalten.
- Die Kinder sollen die Aussagen nun den entsprechenden Bildkartenvorschlägen von Aquarien zuordnen.
- Die Kinder sollen entsprechende Aquarien zu den jeweiligen Aussagen zeichnen.
- Anzahl Fische
- Anzahl Farben

Bemerkungen/Notizen

Es steht eine Klassenfahrt an.
Du nimmst 4 T-Shirts, 3 Pullover und 2 Hosen mit.

Wie viele Outfits kann du mit diesen
Kleidungsstücken zusammenstellen?

Stelle alle Möglichkeiten übersichtlich dar.



Material

- Bildkarten mit den Abbildungen der Kleidungsstücke in ausreichender Stückzahl
- Papier, um die Ergebnisse zu dokumentieren

Variationen

- Wie verändert sich die Anzahl, wenn du eine Hose mehr mitnimmst?
- Die Fragestellung kann auf eine neue Alltagssituation übertragen werden.

Bemerkungen/Notizen

Ihr spielt das Spiel zu zweit. Jeder erhält zwei Würfel. Die folgende Aufgabe wird in Partnerarbeit ausgeführt.

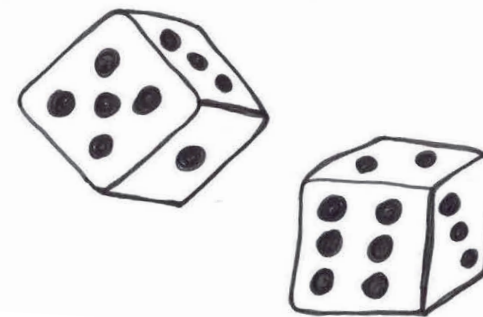
Ihr würfelt jeweils 10–15 mal und notiert eure Ergebnisse in die Tabelle.

Im Anschluss werden alle Resultate gesammelt.

Sucht euch nun einen anderen Partner und beantwortet folgende Fragen:

- Welche Augensumme wird häufig/nicht häufig gewürfelt?
- Wie könnt ihr das erklären und mit Hilfe einer Darstellung verdeutlichen?

2	7	4	9						



Material

- Würfel pro Paar
- Arbeitsblatt mit Tabelle

Variationen

- 3 Würfel
- Variationen mit 2 Würfeln:
 - mit anderen Augensummen
 - 8-seitige Würfel nutzen
 - Augensummen multiplizieren

Bemerkungen/Notizen

Sind die Schokolinsen innerhalb einer Dose farblich gerecht verteilt?

Ihr erhaltet in jeder Partnergruppe eine Dose Schokolinsen.

- Erstellt eine Tabelle zur Verteilung der Farben in eurer Dose.
- Deutet das Ergebnis.
- Was haben die anderen Gruppen festgestellt?
- Tauscht aus. Ist die Verteilung in allen Dosen gleich?
- Alle Schokolinsen werden zusammengetan. Ist die farbliche Verteilung nun gerecht? Stellt dies im Säulendiagramm dar.
- Welches Fazit zieht ihr?
- Wie sehen die Ergebnisse aus, wenn wir nun ein neues Paket Schokolinsen „untersuchen“?



Material

- Dosen mit Schokolinsen

Variationen

- Weiterführende Aufgabe: Wie würde ein gerechtes Verteilen der Farbe pro Dose für dieses Gesamtpaket aussehen?

Bemerkungen/Notizen

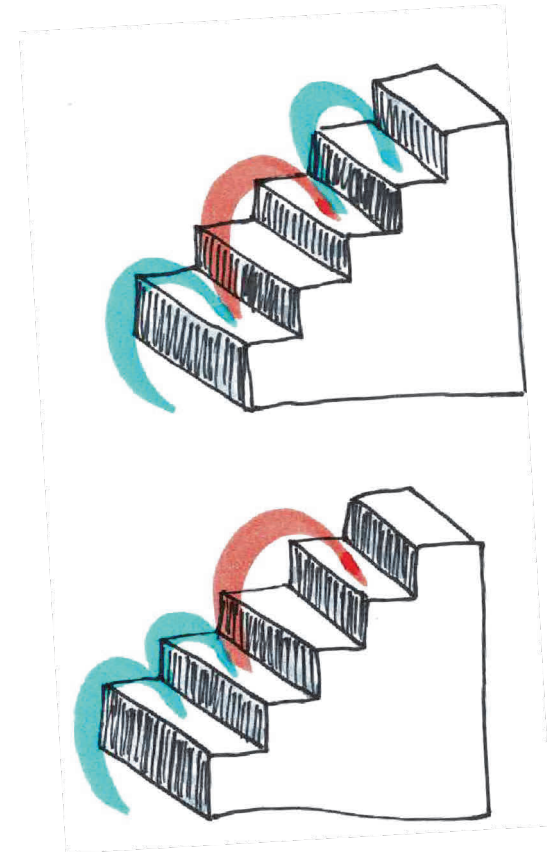
- Umso größer die Stichprobe (Menge an Daten), desto gerechter sind die Farben verteilt.
- Für die Variation: Die durchschnittliche Anzahl Linsen muss pro Dose ermittelt werden.

Stell dir vor, du willst eine Treppe hinaufsteigen. Du darfst dabei auf zwei verschiedene Arten hochsteigen und auch kombinieren:

- eine Stufe auf einmal
- zwei Stufen auf einmal

Finde nun heraus, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, eine Treppe mit 3, 4, 5 oder 6 Stufen hinaufzusteigen. Notiere deine Ergebnisse, was fällt dir auf?

Kannst du vorhersagen, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, wenn die Treppe 7, 8 oder 9 Stufen hat?



Material

Variationen

Bemerkungen/Notizen

Gestalte ein Glücksrad für folgende Gewinn-Wahrscheinlichkeiten:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{8}$



Material

- Arbeitsblatt mit leeren Kreisen als Glücksräder

Variationen

- Gestalte zwei verschiedene Glücksräder zu denselben Wahrscheinlichkeiten.
- Die Fragestellung kann auf andere Zufallsexperimente übertragen werden.

Bemerkungen/Notizen



- Akinwunmi, K., & Steinweg, A. (2024). *Algebraisches Denken im Arithmetikunterricht der Grundschule: Muster entdecken – Strukturen verstehen*. Springer Spektrum.
- Castel, F., Emprin, E., & Emprin-Charlotte, F. (2019). *Enseigner les mathématiques en maternelle: Construire des outils pour structurer sa pensée*. Réseau Canopé.
- Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik. (o. D.-a). *Ebene Figuren: Hintergrund*. Abgerufen am 25.10.2025 von <https://primakom.dzlm.de/node/451>
- Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik. (2025). *Karte Mathematik am Schulanfang*. Abgerufen am 07.07.2026 von <https://pikas.dzlm.de/node/2315>
- Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik. (o. D.-b). *Offene Aufgaben*. Abgerufen am 15.10.2025 von <https://primakom.dzlm.de/node/692>
- Devlin, K. (1994). *Mathematics: The science of patterns*. Scientific American Library.
- Franke, M. (2020). Viele gegen wenige und trotzdem gleich viel: Spielerische Bündelungserfahrungen. *Grundschule Mathematik*, 64(1), S.12–15.
- Hacker, P., Ilias, P., Musilek, M., Peer, T., Sagmeister, G., Varelja, G., & Varelja-Gerber, A. (2021). *Schöne Muster: Mathematische Lernumgebungen für die Primarstufe*. Pädagogische Hochschule Wien. Abgerufen am 21.10.2025 von https://nawima.phwien.ac.at/wp-content/uploads/2022/08/Forschendes_LUMuster_phwien.pdf
- Krauthausen, G., & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik: Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Springer.
- Leuders, T. (2016). *Mathematikdidaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Cornelsen.
- Metzner, W. (2006). *Das Zauberdreieck*. Abgerufen am 15.10.2025 von https://asset.klett.de/assets/81f1b860/ZD_Anleitung.pdf
- Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S., & Leuders, T. (2013). *Mathewerkstatt 6*. Cornelsen Verlag.
- Schulz, A., & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/Sekundarstufe*. Springer Spektrum.